

M a t e r i a l - B u c h
für

Übungen in häuslicher Arbeit, Sinnesübungen,
Mathematik und Sprache in Montessori-Kinder-
haus und -Grundschule

Zusammengestellt
von
Mario M. Montessori

Ins Deutsche übersetzt und nach der englischen und
holländischen Ausgabe überprüft von H. Helming, 1966.
Abdruck nicht gestattet.

Inhaltsverzeichnis

=====

Übungen des praktischen Lebens	Seite	1
Liste der Übungen des praktischen Lebens	"	6
Angewandte Übungen des praktischen Lebens unter vier Gesichtspunkten	"	8
Abstauben	"	11
Metallputzen	"	12
Blumen schneiden und anordnen	"	13
Rahmen mit Verschlüssen	"	14
Kartoffeln schälen	"	17
Einen Tisch polieren	"	19
Falten	"	21
Hände waschen	"	22
Einen Tisch abwaschen	"	24
Einen Picknickkorb packen	"	26
Einen Tisch decken	"	27
Interessenpunkte, die beim Sinnesmaterial zu beachten sind	"	29
Gesichtssinn (Unterscheidung der Dimension)		
Zylinderblocks	"	34
Der Rosa Turm	"	36
Die Breite Treppe	"	38
Die Langen Stangen	"	39
Gesichtssinn (Unterscheidung der Farben)		
Die Farbtäfelchen	"	41
Gesichtssinn und stereognostischer Sinn (Unterscheidung der Form)		
Die Geometrische Kommode	"	44
Die Geometrischen Körper	"	48
Der Geheimnisvolle Beutel	"	49
Unterscheidung von Samenkörnern	"	50
Tastsinn		
Brettchen mit glatten und rauhen Flächen	"	52
Rauhe und glatte Karten	"	54
Kasten mit Stoffen	"	56
Der barische Sinn (Sinn für Schwere)	"	58
Gehörsinn		
Die Geräuschdosen	"	60
Die Glocken	"	63
Wärmesinn		
Die Wärmebläschen	"	65
Wärmeplättchen	"	67
Geschmackssinn		
Geschmackkrüglein	"	69
Geruchssinn		
Riechbüchsen und -Gläser	"	70
Die Konstruktiven Dreiecke	"	72
Der dreieckige Kasten der Konstruktiven Dreiecke	"	76
Kleiner sechseckiger Kasten der Konstruktiven Dreiecke	"	77
Der große sechseckige Kasten mit den Konstruktiven Dreiecken	"	78
Die knopflosen, farbigen Zylinder	"	80
Die binomischen und trinomischen Kuben	"	82
<u>Mathematik</u>		
Die Ordnung	"	85
Die Numerischen Stangen	"	87
Die Sandpapierzahlen	"	89
Die Numerischen Stangen und Karten	"	90
Die Spindeln	"	92
Die Karten und die China	"	94

Gedächtnisspiel mit Zahlen	Seite	95
Arbeit mit Zahlen	"	96
Einführung in das Dezimalsystem	"	99
Fortsetzung: Die Ziffern	"	101
Die Funktion des Dezimalsystems	"	102
Kollektivübungen	"	105
Fortsetzung	"	109
Fortsetzung	"	110
Fortsetzung	"	112
Das Markenspiel für das Dezimalsystem	"	113
Das Punktspiel	"	120
Die kleine Perlentreppe (Zahlen von 11 bis 19)	"	122
Die Zehnerbretter (Séguinsche Tafeln)	"	124
Die Zehnerbretter II	"	125
Lineares Zählen	"	126
Zählen mit Überspringen von Zahlen	"	128
Das Schlangenspiel	"	130
Das Streifenbrett - Addition -	"	134
Die Additionstabellen III, IV, V, VI	"	137
Das negative Schlangenspiel	"	139
Das negative Streifenbrett	"	143
Die Subtraktionstabelle II	"	145
Multiplikation mit Perlstangen	"	146
Multiplikationstafel	"	148
Divisionsbretter	"	150
Divisionstabelle I und II, Kombinationen von Divi- sionen	"	153
Die Rechenrahmen	"	155
Große Division mehrstelliger Zahlen	"	159

Sprache

Einführung in die Sprache	"	162
Sprache - Dinge, die zu beachten sind	"	164
Die Bereicherung des Wortschatzes	"	169
Übung der Sprache	"	171
Einführung des Schreibens	"	172
Die Metallnen Einsätze	"	173
Die Sandpapierbuchstaben	"	175
Das Bewegliche Alphabet	"	177
Einführung in das Lesen	"	179
Spiel mit Gegenständen (Erstes Lesen)	"	181
Die Funktion der Wörter	"	182
Phonogramme	"	183
Leseordnungen	"	185
Rätselumschläge	"	187
Die Funktion der Wörter		
Adjektive	"	188
Das logische Adjektivspiel	"	190
Spiel mit dem aufschlußreichen Adjektiv	"	191
Bindewort	"	193
Die Präposition	"	194
Verschiedene Gesichtspunkte in bezug auf das Verb sollen dem Kind bewußt werden	"	195
Adverb	"	198
Weitere Befehle	"	200
Analyse des Gelesenen. Einfache Sätze	"	201
Analyse des Lesens		
Einfacher Satz mit Erweiterungen	"	204
Einfacher Satz mit Erweiterungen, mit Attribu- ten und Appositionen	"	206
Bemerkungen zur sprachlichen Erziehung	"	208

M a t h e m a t i k
=====

Die Ordnung

=====

in welcher das Zahlenmaterial am besten dargeboten wird

Einführung in die Zahl

Die numerischen Stangen) (Dreistufenlektion)
Die Sandpapierziffern) "
Die numerischen Stangen mit Ziffern
Die Spindeln
Die Karten und die Chips
Gedächtnisspiele

Einführung in das Dezimalsystem

Darbietung mit Perlen) (Dreistufenlektion)
Darbietung mit Karten)
Bildung von Zahlen mit Perlen und Karten
Addition (einfach und dynamisch)
Subtraktion "
Multiplikation "
Division "
Markenspiel (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division)
Punktspiel (Addition)
Aufgaben (einfache)

Einführung der Zahlen zwischen 10 und 20
und der Zehner

Einführung der Zahlen zwischen 10 und 20 nur mit Perlen
(Dreistufenlektion)
Die Séguinschen Tafeln mit Perlen
Die Zehnertafeln mit Perlen
Lineares Zählen, Hundert- und Tausenderketten
Zählen mit Überspringen, Zahlenketten mit Quadraten und Kuben.

Addition und Subtraktion

Schlangenspiel (Addition)
Streifentafel " mit Tabellen I und II
Tabellen III, IV, V und Blinde Tabelle
Negatives Schlangenspiel
Streifenspiel (Subtraktion) mit Tabelle I, Tabelle II und
Blinde Tabelle.

Multiplikation

Auslegen der Perlenstangen

Multiplikationstafel mit Tabellen I und II
Tabellen III, IV und Blinde Tabelle

Division

Divisionstafel (Einer)

Tabelle I und Blinde Tabelle

Stufenordnungen (Darbietung und Praxis)

Rechenrahmen (für Addition, Subtraktion und einfache Multi-
plikation)

Divisionstafeln (Einer, Zehner, Hunderter)

Die obige Ordnung ist nur ein Führer. Die Kinder kehren oft gern zu einer früheren Übung zurück, oder die Leiterin mag es für gut halten, das Gedächtnis eines Kindes aufzufrischen oder einen Punkt zu erklären, indem sie zu einer alten Übung zurückgeht.

Das Schlangenspiel kann mit Vorteil von Zeit zu Zeit wiederholt werden, während Gedächtnisspiele und die Aufgaben fortwährend geübt werden sollen.

Die Numerischen Stangen

=====

Material

10 Stangen, gleich den Langen Stangen an Umfang und Länge, sie unterscheiden sich nur in einer Beziehung, die Numerischen Stangen sind eingeteilt in rote und blaue Abschnitte. Die erste kurze Stange ist rot, die zweite ist doppelt so lang als die erste und in zwei Abschnitte eingeteilt, einer ist rot und der andere blau. Die dritte Stange ist dreimal so lang als die erste, ist in drei Abschnitte eingeteilt, die abwechselnd rot und blau sind, jeder Abschnitt hat die Länge der ersten Stange. Die vierte Stange, viermal so lang wie die erste, hat vier Abschnitte, abwechselnd rot und blau; alle anderen Stangen sind in gleicher Weise eingeteilt. Die Zahl der Abschnitte bei jeder Stange stellt die Zahl der Stange dar.

Darbietung und Übung

Man fängt an mit den Stangen, die in ihrer gemäßen Ordnung auf einer Matte liegen; man nimmt nur die ersten drei, während die anderen in ihrer ursprünglichen Stellung bleiben. Man gebraucht die Dreistufenlektion.

- a) Man nennt den Namen der ersten Stange, faßt sie, berührt sie und sagt: "Dies ist Eins". Man nimmt die zweite Stange, sagt: "Dies ist Zwei". Und dann berührt man jeden Abschnitt und zählt: 1, 2. Dasselbe tut man mit der dritten (und mit den übrigen Stangen, wenn sie später gezeigt werden); man gibt zuerst den Namen und dann berührt man die Abschnitte und zählt, indem man mit eins anfängt. Man spricht den Namen klar aus und fordert das Kind auf, ihn zu wiederholen und auf gleiche Weise jeden Abschnitt zu berühren und zu zählen.
- b) Man mischt die Stangen und fordert das Kind auf, Eins, Zwei oder Drei zu geben; man mischt jedesmal die Stangen. Das regt die Aufmerksamkeit an.
- c) Jetzt nimmt die Leiterin irgendeine der drei Stangen und fordert das Kind auf, den Namen zu sagen. Das gibt dem Kind die Möglichkeit, selbst die Stange zu benennen. Man mischt jedesmal die Stangen bevor man eine weitere wählt. Bevor man die nächsten drei darbietet, fragt man das Kind, ob es mehr haben will:

Die Sandpapierzahlen

=====

Material

Große blaue Karten, auf welche aus Sandpapier ausgeschnittene Ziffern geklebt sind, auch eine Null ist dabei. Aber in diesem Stadium wird die Null nicht eingeführt.

Darbietung und Übung

Erst wenn das Kind die numerische Ordnung, die ihm dargeboten wird durch die Übung mit den Numerischen Stangen, sicher kennt, führt man die Sandpapierzahlen ein. Man gebraucht auch die Dreistufenlektion.

- a) Man führt zunächst die drei ersten ein. Die Leiterin fährt mit den zwei ersten Fingern über das Zeichen, als ob sie schrieb, und niemals in der dem Schreiben entgegengesetzten Richtung. Während sie über das Zeichen fährt, sagt sie den Namen "Dies ist Eins". Sie fordert das Kind auf, dieselbe Handlung auszuführen und den Namen zu wiederholen. Dasselbe tut sie mit Zwei und Drei.
- b) Die Leiterin fordert das Kind auf, ihr entweder Eins zu geben oder Zwei oder Drei, nachdem sie vorher immer die Karten mischt. Das Kind fährt jedesmal dem Zeichen nach, wie die Leiterin es ihm gezeigt hat, sodaß es diese Bewegung viele Male macht und sie sich seinem Geist einprägt.
- c) Die Leiterin zeigt eine Karte und fragt: "Was ist dies"? Das Kind nennt das Zeichen während es darüber fährt. Man fragt das Kind, ob es mehr kennenlernen will, bevor man weitergeht. Man wendet die Dreistufenlektion für alle Zeichen an.

Ziel

Das Kind lernt die Zeichen kennen, die zu den Zahlen, die es schon kennt, gehören. Es erhält den Schlüssel zu der Welt der geschriebenen Zahlen. Und das Schreiben wird indirekt vorbereitet.

Alter

Zwischen 4 und 5 1/2 Jahren.

- a) Jedesmal zählt man von eins an und berührt jeden Abschnitt.
- b) Die Leiterin, die irgendeine Zahl wählt, fordert das Kind auf ihr zu geben: Eins, Zwei, Drei, Vier, Fünf oder Sechs. Das Kind muß jedesmal von eins an zählen und jeden Abschnitt berühren. Man mischt die Stangen, bevor man nach einer anderen fragt.
- c) Die Leiterin nimmt irgend eine Stange und fragt das Kind, welche es ist. Das Kind erkennt sie vielleicht sofort und benennt sie richtig. Auch dann sollte das Kind aufgefordert werden zu zählen, weil dadurch die numerische Ordnung seinem Gedächtnis eingepägt wird. Die Leiterin kann hier auch eine Variation einführen. Wenn das Kind alle Stangen gut kennt, kann sie es z.B. auffordern, ihr die nächstkleinere zu bringen, als die, welche sie in der Hand hat, oder die längere; oder die zweitlängere. etc.

Man gibt nicht am selben Tag die Namen aller Stangen, außer, wenn das Kind sehr begierig ist nach mehr; man führt sie alle mit der Dreistufenlektion ein, und zum Schluß mischt man alle zehn.

Ziel

Das Kind lernt die Namen der Zahlen und daß jede Zahl dargestellt wird durch einen Gegenstand für sich, und es prägt die Zahlenfolge sich ein.

Alter

4 bis 5 1/2 Jahre. Es ist besser, etwas später zu beginnen.

Fehlerkontrolle

Die Zahl der Abschnitte ist dem Gedächtnis ein Führer.

Numerische Stangen und Karten

=====

Material

Ein Satz Karten, auf denen schwarze Ziffern von 1 bis 10 auf weißem Grund stehen. Die Numerischen Stangen.

Darbietung und Übung

Bevor man anfängt, zeigt man die Karte mit Zehn und erklärt, daß es Zehn ist. Man gibt dem Kind die eine oder andere Ziffer und fordert es auf, die Stange zu dieser Zahl zu bringen; man läßt es die Abschnitte zählen, damit es sieht, ob es die richtige Stange gebracht hat, dann legt es die Karte zu der Stange auf den Boden. Man fährt in dieser Weise fort, bis alle Karten und Stangen einander zugeordnet worden sind.

Die weitere Übung besteht darin, alle Karten an einer Seite des Bodens hinzustreuen, während die Stangen gemischt am anderen Ende des Raumes liegen. Die Leiterin nimmt eine der Karten, zeigt sie dem Kind und fordert es auf, die entsprechende Stange zu finden und zu holen.

Die Leiterin hält eine Stange in die Höhe, gibt sie aber nicht dem Kind, das die entsprechende Karte finden und bringen soll. Damit es sieht, ob es die richtige hat, läßt man es die Ziffer lesen, die es gebracht hat und dann die Abschnitte auf der Stange zählen, welche die Leiterin in der Hand hat. Dann kann es die Karte neben die Stange auf den Boden legen. So fährt man fort mit allen Stangen.

Nun fordert man das Kind auf, die Treppe aufzubauen. Wenn die Anordnung vollständig ist, holt das Kind den Satz Karten, und die Leiterin fragt, welches die Stange zugehörig zu der Zahl ist irgendeiner Ziffer von 1 bis 10. Das Kind zählt jedesmal die Abschnitte auf der Stange, und es legt die Karte an das Ende der Stange. Wenn alle Karten in ihrer Ordnung liegen, so fordert man das Kind auf, die Symbole von 1 bis 10 zu lesen und dann umgekehrt von 10 bis 1. Die Leiterin kann hier eine Variation einführen, indem sie entweder eine Stange oder ein Symbol zeigt und das Kind auffordert, die nächstfolgende oder vorhergehende Stange zu bringen oder das zugehörige Symbol. Eine Erweiterung der Übung besteht darin, zu finden, wieviele Zehner man machen kann. Man nimmt die Stangen 9 und 10 und legt

sie untereinander und fragt: "Welche Stange brauche ich, um die Neun so lang zu machen wie die Zehn?" Man gibt dem Kind die Möglichkeit, es selbst zu entdecken und dann die Karten zu den Stangen zu legen, zu denen sie gehören. Jetzt legt man die Stange der Acht zu den zwei entstandenen Zehnern; welche Stange ist nötig, um die Stange Acht so lang zu machen wie die Zehn.

Wenn die richtige Stange gefunden wurde, so legt man die richtigen Karten zu jeder Stange. So fährt man fort, bis die Stange Fünf übrigbleibt. Auch diese legt man zu den Zehnern, und man zeigt den offenen Raum, der neben der Fünferstange bleibt. Man fordert das Kind auf, die Abschnitte des offenen Raumes zu zählen; man zeigt ihm, daß zwei Fünferstangen so lang wären wie die anderen Zehner. Wenn das Kind das gern selbst prüfen will, so kann es die Fünf von den roten Stangen holen und sie zu der Stange Fünf hinlegen. Man kann dieselbe Übung machen mit den anderen Stangen, Neun, Acht, Sieben.

Ziel

Das Kind lernt die Ziffern zu seiner Kenntnis der Zahlen hinzu und wird mit ihnen vertraut. Die Aktivität, etwas zu holen und zu bringen, hilft, das Interesse lebendig zu halten. Und die Aufgabe trainiert das Kind, zu erkennen, was es holt. Der Aufbau der Treppe vermittelt die Folge der Ziffern. Der Aufbau von Zehnern ist indirekte Vorbereitung auf Addition. Und wenn es die Stangen wieder zurücklegt, um die Treppe zu bilden, so ist das eine indirekte Vorbereitung auf Subtraktion. Die Übung mit der Stange Fünf ist eine indirekte Vorbereitung auf Multiplikation und Division.

Alter

4 bis 5 1/2 Jahre.

Fehlerkontrolle

Das Kind zählt die Zahl der Abschnitte.

Die Spindeln
=====

Material

Zwei gleiche Kästen, von denen jeder 5 Abteilungen hat. Am Rücken jeder Abteilung ist eine Ziffer aufgemalt. In der Schachtel links ist die erste Abteilung der ersten Schachtel mit Null bezeichnet. Und von da sind die Abteilungen progressiv bezeichnet bis 9. 45 Spindeln.

Darbietung und Übung

Man fängt mit leeren Schachteln an, fordert das Kind auf, die Ziffern am Rücken von jeder Abteilung zu lesen. Man erklärt, daß das erste Zeichen "Null" heißt und "nichts" meint. Man fordert es dann auf, die Zahl der Spindeln in jede Abteilung zu legen, die von der Ziffer am Rücken angegeben ist.

Zu diesem Material gehören auch 7 Bändchen oder Gummiringe, welche die Spindeln zusammenhalten sollen, die die Einheit jeder Zahl bilden.

Es gibt besondere Lektionen, die einprägen, daß Null nichts ist. Die Lektionen haben die Form von Kollektivspielen ("Komme nullmal hierher - Du bringst mir zwei Spindeln, und Du bringst mir null Spindeln").

Ein anderes Spiel, ein Gedächtnisspiel (siehe auch ein ähnliches Spiel später), das man mit den Ziffern machen kann, die aus einem Kalender ausgeschnitten sind, besteht darin, eine Gruppe von Kindern (von 10 oder weniger) zu nehmen und jedem Kind eine der gefalteten Ziffern zu geben. Das Kind faltet das Papier auf, liest es, faltet es wieder zusammen, geht zu seinem Tisch zurück und legt die gefaltete Zahl vor sich hin.

Nachdem die Ziffern verteilt worden sind, stehen die Kinder auf, eins nach dem anderen, und holen die Zahl von Gegenständen (Spindeln oder Knöpfe oder Chips), die zu ihrer Zahl gehören. Das zweite Kind tut das erst, wenn das erste mit seinen Gegenständen an seinen Platz zurückgekommen ist und sich hingesetzt hat; das dritte tut dasselbe mit Beziehung auf das zweite etc. Eins der ^{Kinder} hat Null. Wenn alle ihre Gegenstände geholt haben, so geht die Leiterin zu jedem Kind hin, um nachzuprüfen. Sie entfaltet den Zettel, fordert das Kind auf, die Zahl zu lesen und dann die Gegenstände zu zählen.

Ziel

Während die Numerischen Stangen jede eine Einheit darstellten, klären die Spindeln im Geist des Kindes die Idee, daß die Ziffern auch eine gewisse Quantität von einzelnen Gegenständen darstellen. Die Einführung von Null durch das erste Fach, das leer bleibt.

Die natürliche Folge der Ziffern ist hier gegeben durch die Ordnung, die auf den Rücken der Schachtel aufgemalt ist.

Indirekte Vorbereitung auf die Tatsache, daß keine anderen Ziffern da sind, außer von Null bis 9.

Fehlerkontrolle

Wenn das Kind falsch gezählt hat, so sind entweder nicht genug Spindeln da, um die Neun zum Schluß zu bilden, oder es bleiben welche übrig.

Die Karten und Chips

=====

Material

Ein Satz von 10 Karten mit schwarzen Ziffern auf Weiß von 1 bis 10. Eine Dose mit 55 Chips.

Darbietung und Übung

Man mischt die Karten und fordert das Kind auf, sie in der numerischen Reihenfolge hinzulegen, die eine neben die andere in einer Linie. Dann fordert man das Kind auf, unter jede Karte die Zahl von Chips zu legen, welche die Karte anzeigt; wenn das Kind die Ziffern hinlegt, so zeigt die Leiterin ihm, in welcher Art es das tun soll, immer, indem es einen Durchgang freiläßt, d.h. es soll immer ein Chip neben einen anderen legen, aber wenn einer übrigbleibt, so wird er ans Ende des Zwischenraumes gelegt und schließt diesen ab. Während das Kind diese Übung macht, oder wenn es sie beendet hat, fordert die Leiterin das Kind auf, die Verschiedenheit zu bemerken.

Ziel

Das Kind wird vertraut mit besonderen Quantitäten jeder Zahl. Und es bemerkt Paar und Unpaar. Es wird durch die Übung auch festgestellt, ob das Kind jetzt wirklich kennt:

- a) die Reihenfolge der Ziffern,
- b) wieviele einzelne Einheiten jede Zahl bilden.

Diese Übung ist eine indirekte Vorbereitung auf die Teilbarkeit der Zahlen und daher auf Vielfache und untergeordnete Vielfache (6 z.B. wird gebildet aus drei Paaren von zwei Einheiten nebeneinander und von zwei Reihen von drei Einheiten vertikal).

Indirekte Vorbereitung bedeutet, daß das Kind einen Eindruck einer Tatsache bekommt, ohne daß es sie bewußt verbindet mit dem besonderen Zweck oder der Bedeutung.

Alter: 5 1/2 Jahre

Fehlerkontrolle

Da nur 55 Ziffern da sind, so wird jeder Fehler im Zählen sich am Ende dadurch zeigen, daß nicht genug Chips da sind, um die Zehn zu bilden, oder es bleiben eine oder zwei übrig.

Gedächtnisspiel mit Zahlen

=====

Es sind mehrere gefaltete Zettel da, auf jedem ist eine Ziffer geschrieben. Alle Ziffern von 0 bis 10 sind gebraucht. Die Zettel liegen auf einem Tablett oder in einer Dose. Die Leiterin erklärt das Spiel; jedes Kind nimmt einen Zettel von dem Tablett, es schaut nach und merkt sich die Ziffer, die darauf geschrieben ist. Dann faltet es wieder den Zettel und legt ihn auf seinen Tisch und wartet, bis jedes Kind einen Zettel hat. Dann können die Kinder irgendwo im Raum sich die Zahl Perlen oder Chips oder Spindeln holen, die der Ziffer auf dem Zettel entsprechen. Jedes Kind bringt zu seinem Platz die Zahl, die es geholt hat. Dann kommt die Leiterin zu jedem Kind, und das Kind liest die Zahl vor und zählt die Gegenstände.

Ein älteres Kind kann die Leiterin vertreten und zu jedem Kind gehen, um die Quantitäten zu prüfen.

Diese Übung ist wesentlich eine Gemeinschaftsübung und kann mit irgendeiner Zahl von Kindern gespielt werden, je mehr, desto besser, denn dadurch dauert die Einprägung länger.

Die älteren Kinder können auch mittun, und um diese zu interessieren, kann man für sie besondere Zettel hinlegen mit sehr großen Zahlen darauf, aber diese größeren Zahlen müssen von den Einern getrennt bleiben.

Das Ziel dieser Übung besteht darin, das Gedächtnis zu üben, indem es eine gewisse Ziffer eine Zeit hindurch festhalten muß.

Der Interessenpunkt für die Kinder besteht darin, ihre besondere Quantität herbeizuholen.

Die Fehlerkontrolle zeigt sich, wenn der Zettel mit der Zahl entfaltet wird.

Die Übung kann gut nach der Schweigeübung gemacht werden.

Arbeit mit Zahlen

=====

Die Leiterin sollte bestimmte Tatsachen im Sinn halten. Das wichtigste ist, individuellen Unterschied und Raum zu geben. Manche Kinder, die bei der Zehn angelangt sind, interessieren sich nun dafür, was nach 10 kommt, andere dagegen - und praktisch sind sie in der Mehrzahl - finden es langweilig, die lange Reihe der einzelnen Namen für die größeren Zahlen zu lernen, während die Übungen mit dem Dezimalsystem sehr anziehend für sie sind. Erst später interessieren sie sich dafür, die Namen jeder einzelnen Zahl zu lernen. Ob man das lineare Zählen oder das Dezimalsystem zuerst einführt, hängt von dem Interesse des Kindes ab.

Andere Tatsachen betreffen die Hilfe, die dem Kind gegeben werden kann, daß es ohne Mühe und fast ohne es zu merken, die Aufgaben in Addition, Subtraktion usw. lernt.

Zuerst führt man die Aufgaben der Addition ein, d.h. aber nicht, das Kind solle alle Übungen, die dazu gehören, erschöpft haben, bevor es in die erste Übung der Subtraktion eingeführt wird.

Die Leiterin soll sich ganz klar werden über die verschiedenen Einzelheiten, die zur Addition gehören. Man knüpft an das an, was bei den Übungen mit dem Dezimalsystem vorkommt, nämlich, daß, sobald 10 einer Kategorie da sind, diese sich vereinigen zu einer Einheit der nächsthöheren Kategorie.

Als 2. Punkt ist zu bedenken, daß Addition wesentlich darin besteht, festzustellen, wieviel Zehner sich ergeben, wenn die Zahlen irgendeiner Kategorie zusammengezählt werden, um sie in Einheiten der nächsthöheren umzuwandeln und sie in die höhere Abteilung zu erheben. Das Gesamtergebnis an jeder Stelle der Zahlen ist also immer weniger als 10.

3. ist zu beachten, daß man linear zählen kann, d.h. von einer Einheit zur anderen in der natürlichen Reihe der Zahlen, und daß man es schneller tun kann, wenn man an die Kombination von immer 2 denkt.

4. Es kann keine Kombination von zwei einzelnen Ziffern bestehen, die mehr sind als 18. Etwas Ähnliches ereignet sich

bei anderen Aufgaben: In der Subtraktion ist die höchstmögliche Verbindung $18-9$; in der Multiplikation 9×9 und in der Division ist $81:9$ die höchste Aufgabe mit einem Resultat ohne Rest.

Schließlich ist zu bemerken, daß, wenn alle möglichen Kombinationen im Gedächtnis sind, das alles ist, was jemand wissen muß, um irgendeine Addition machen zu können. Z.B. $7+9$ ist immer 16, ob es sich um die Stelle der Millionen oder der Einer handelt.

Für die Einprägung der Kombinationen gibt es verschiedene Übungen. Eine davon ist das "Schlangenspiel". Einige Kinder machen es sofort nach den Übungen mit dem Dezimalsystem, sogar, bevor sie linear zählen, andere danach.

Tatsächlich braucht man nicht den Namen der Zahl 15 zu kennen, um $8+7$ zu rechnen. Wenn das Kind bis 10 zählen kann, so kann es an die Stelle von $8+7$ ihr Ergebnis einsetzen, nämlich einen Zehner und eine 5. Es ist aber wichtig, daß das Kind linear zählen kann, bevor es dieses Spiel endgültig aufgibt.

Die Schlange sollte nie kurz sein. Ach wenn sie zum erstenmal eingeführt wird, sollte sie wenigstens bis 100 gehen. Die Anziehung für Kinder ist nicht die Einprägung von Aufgaben, das geschieht ohne bewußte Anstrengung, sondern zu sehen, wieviele Zehner mit den Perlstangen gebildet werden können, je mehr desto besser. Wenn nur zwei oder drei Perlstangen verwendet werden, weil der Erwachsene denkt, daß das Lernen von Kombinationen langweilig ist, so wird das Kind eben diesem Lernen und seiner Langweiligkeit sich gegenüberfinden und sich entsprechend verhalten.

Es gibt verschiedene Stadien bei dem Schlangenspiel. Zuerst zählt das Kind immer eins weiter und setzt in der langen Linie der Schlange eine Zehnerstange ein und eine schwarzweiße Perlstange bei Kombinationen, die größer sind als 10. Im zweiten Stadium erkennen die Kinder visuell schon den Wert der zwei Perlstangen, die sie addieren, und sie fangen mit dem Wert der ersten Stange an zu zählen und setzen dann das Ergebnis ein wie zuvor. Im dritten Stadium trennen sie von der langen Linie die zwei Perlstangen, die sie addieren und legen unter die zwei Stangen das Ergebnis, bevor sie dieses

an seinen Platz legen als Teil der Linie.

Wenn die Kinder im letzten Stadium angekommen sind, so können sie schon linear zählen. Die Trennung der zwei Perlstangen von der übrigen Linie sammelt die Bewußtheit des Kindes klarer als bisher darauf, daß zwei Quantitäten wie z.B. $7+5 = 12$ ausmachen und ersetzt werden durch eine 10 und eine 2.

Bevor man mit dem Schlangenspiel beginnt, werden sowohl die mehrfarbigen Perlstangen wie auch die schwarz-weißen eingeführt, und ihr Zweck wird erklärt. Wichtig ist, darauf hinzuweisen, daß irgendeine schwarz-weiße Stange, die einer farbigen Perlstange hinzugefügt ist, an ihren früheren Platz zurückgebracht werden muß und niemals auf die leeren Tablettts gelegt werden darf, die für solche Teile der mehrfarbigen Perltreppe reserviert sind, die man schon gezählt hat.

Einführung in das Dezimalsystem
=====

Material

Auf einem Tablett: Eine Perle, eine Zehnerstange aus Perlen, ein Quadrat aus Zehnerstäben, ein Kubus, der aus Quadraten besteht.

Drei andere Tablett: Eins mit Kuben, eins mit Quadraten, eins mit Zehnerstäben und mit einer kleinen Zahl loser Perlen, eine unbestimmte Zahl von jeder Art.

Ein leeres Tablett.

Darbietung

Man stellt das erste Tablett vor das Kind hin; man wendet die Dreistufenlektion an.

a) Man fordert das Kind auf, die Perlen der Zehnerstange zu zählen; wenn es das getan hat, führt man den Namen ein: "Dies ist eine Zehn". Man fordert das Kind auf, die Stäbe in dem Quadrat zu zählen; wenn es gesehen hat, daß 100 darin sind, führt man den Namen ein: "Dies ist Hundert".

Man fordert das Kind auf, die Schichten der Hundertquadrate im Kubus zu zählen. Hat es das getan, so führt man den Namen ein: "Dies ist Tausend". Man wiederholt die Namensgebung ein paarmal, bevor man zur zweiten Stufe weitergeht.

b) Die Leiterin fordert das Kind auf, ihr einen Zehner zu geben oder einen Hunderter oder einen Tausender. Sie mischt diese Dinge immer, bevor sie nach einem andern fragt.

c) Die Leiterin hält einen Zehner, einen Hunderter oder einen Tausender in die Höhe und fordert das Kind auf, zu sagen, was es ist.

Übung

Man stellt die drei Tablett mit ihren verschiedenen Kategorien vor das Kind (oder die Kinder) hin. (Es ist vergnüglich, wenn zwei oder drei Kinder da sind). Und man gibt dem Kind ein leeres Tablett. Die Leiterin fordert das Kind auf, ihr drei Zehner oder acht Tausender und sechs Hunderter oder sieben Einer etc. zu holen. Bei dieser Übung fordert die Leiterin das Kind nur auf, eine Anzahl der gleichen Kategorie zu holen, so daß das Kind ganz vertraut wird mit den Namen der verschiedenen Kategorien und mit ihren entsprechenden Gegenständen. Wenn das

Kind sie auf seinem Tablett bringt, so zählt die Leiterin die Gegenstände, um die Zahl nachzuprüfen. Bevor sie zu einer anderen Zahl übergeht, muß das Kind die Gegenstände auf die entsprechenden Tablett zurückbringen.

Ziel

Das Kind wird vertraut mit den Namen und mit der relativen Größe der Kategorien und mit den Verschiedenheiten an Quantität wie z.B. der tatsächlichen Verschiedenheit an Umfang zwischen sechs Einern und sechs Tausendern, oder zwischen neun Zehnern oder neun Hundertern.

Alter

4. bis 5 Jahre

Fortsetzung: Die Ziffern

=====

Material

Ein Kasten mit 4 Sätzen Karten; ein Satz von 1000 zu 9000 in grünen Ziffern, ein Satz von 100 zu 900 in roten Ziffern, ein Satz von 10 zu 90 in blauen Ziffern, ein Satz von 1 bis 9 in grünen Ziffern.

Darbietung und Übung: Man braucht die Dreistufenlektion.

- a) Das Kind kennt schon die Ziffern von 1 und 10, deshalb fordert man es auf, die Nullen zu zählen und sagt ihm, daß dies ein Hunderter ist. Man zeigt dem Kind die Karte mit 1000, fordert es auf, die Nullen zu zählen und sagt ihm, daß dies ein Tausender ist. Man zählt dann die Karten, oder das Kind zählt von 1 bis 10, die Leiterin fährt fort, während das Kind wiederholt von 2 Zehnern bis 9 Zehnern, 1 Hundert, 2 Hundert etc. bis 9 Hundert. 1 Tausend, 2 Tausend, etc. bis 9 Tausend.
- b) Man legt alle Karten gemischt auf den Boden, aber jede Kategorie bildet eine getrennte Gruppe, die Karten mit der Zahl nach oben, und die Leiterin fordert das Kind auf, ihr die Karte 5000 zu geben, fordert es auf, die Nullen zu zählen, oder die Karte 800, fordert es auf, die Nullen zu zählen, oder die Karte mit 6 Zehnern, oder die Karte 9. Die Karten werden zu den übrigen zurückgelegt.
- c) Die Karten liegen noch gemischt auf dem Boden, die Leiterin nimmt eine Karte und fragt: "Was ist dies?" Das Kind muß diesmal den Namen nennen.

Ziel

Das Kind wird mit den geschriebenen Ziffern der neuen Quantitäten, die es gerade kennengelernt hat, bekannt.

Alter

4 bis 5 Jahre

Die Funktion des Dezimalsystems

=====

Material

Eine kleine Schale, 9 lose Perlen, 9 Zehnerstangen, 9 Quadrate, 1 Kubus. Ein Satz Karten von 1 bis 9, 10 bis 90, 100 bis 900 und 1000. Ein leeres Tablett.

Darbietung und Übung

Man legt die Karten geordnet auf den Boden, die Einer rechts, indem man oben mit Eins anfängt und sie untereinander legt mit der Neun zum Schluß. Links davon legt man die Zehner hin, Zehn oben, 90 zum Schluß. Links von den Zehnern legt man die Hunderte in der gleichen Art hin und ganz links dann die Karte der Tausend.

In einem ganz anderen Teil des Raumes legt man die Perlen auf dem Boden aus, in einer entsprechenden Anordnung; die 9 Perlen eine unter die andere ganz rechts, links davon die Zehner, jede Stange vertikal (so, daß sie dann mit der Länge des Quadrates korrespondiert) eine unter die andere, links von den Stangen die Hundertquadrate in einer vertikalen Linie, ein Quadrat unter dem anderen, und an der äußersten Linken stellt man den Kubus der Tausend hin.

Die Leiterin steht bei den Karten und legt zuerst eine Karte auf das Tablett des Kindes und fordert es auf, ihr die Zahl der Perlen zu bringen, welche diese Karte darstellt. Abwechselnd mit dieser Übung tut man das Entgegengesetzte, d.h. man legt Perlmateriale auf das Tablett und fordert das Kind auf, entsprechende Karten zubringen. Man fordert das Kind auf, zu lesen, welche Zahl auf der Karte steht, so daß ihm der Name vertraut wird. Wenn das Kind jede Kategorie kennt, so gibt man ihm Karten von 2 verschiedenen Kategorien gleichzeitig z.B. 90 und 7. In diesem Stadium führt die Leiterin, die nachprüft, still die korrekten Bezeichnungen ein, wie z.B. sieben-und-neunzig. Dann gibt man dem Kind Karten von drei verschiedenen Kategorien gleichzeitig, z.B. 1000, 300 und 60, und dann geht man zu 4 Kategorien über. Jedesmal bringt das Kind^den entsprechenden Wert in Perlen auf seinem Tablett. Die Leiterin prüft nach, indem sie jede Karte liest und die entsprechenden Perlen, die das Kind auf, neben oder unter die Karten gelegt

hat; zählt. Jedesmal liest man jede Karte für sich, in irgendeiner Reihenfolge, dann legt man sie übereinander, zeigt dem Kind, wie man es tut. Zuerst legt man die Karte der Tausender unten hin. Darauf dann die Hunderter und so auch die Zehner, dann die Einer. Man zeigt dem Kind, daß, wenn wir die größeren Karten auf die kleineren legten, so würden die kleineren verdeckt werden.

Wenn die Leiterin dies zuerst zeigt, legt sie die Karten so hin, daß alle auf die unteren gelegten in derselben Höhe links anfangen. Das Ergebnis ist dann, daß man nur die Einer sieht und eine Zahl von verschiedenfarbigen Nullen.

Wenn sie dies getan hat, so nimmt die Leiterin das ganze Päckchen und schlägt vertikal und sacht auf die Seite, wo die Nullen stehen, bis alle Karten in derselben Ebene liegen, aber jetzt von rechts angefangen.

Das Kind sieht dann, daß die Nullen verdeckt sind von den bezeichnenden Ziffern und daß jede Kategorie an ihrem Platz ist; die Einer stehen äußerst rechts, die Zehner links von den Einern usw. In diesem Augenblick wird keine Erklärung dafür gegeben.

Wenn die Karten so gelegt werden, liest die Leiterin alle Zahlen wie eine Zahl, z.B. ein-tausend-fünfhundert-und-neun-und-zwanzig und fordert das Kind auf, die ganze Zahl zu wiederholen; Zahlen wie 1006 - 1405 - 1320 sollen auch gebildet werden.

Bevor man dem Kind einen neuen Auftrag gibt, muß es die Karten auf ihren Platz zurückbringen, sodaß sie in ihrer Ordnung auf dem Boden liegen, und es bringt auch die Perlen an ihren Platz zurück.

Die Kinder machen oft selbst Improvisationen. Wenn genügend Material da ist, legen die Kinder oft alle Karten aus und neben jede die entsprechenden Perlenwerte. Dies nennt man die Vogelperspektive des Dezimalsystems. Die Leiterin begrüßt solche Improvisationen.

Ziel

Das Kind wird mit den verschiedenen Kategorien der Zahl vertraut, besonders liest es die Ziffern. Es lernt die Bezeichnung großer Zahlen.

Indirekte Vorbereitung

- a) Es wird eingeführt in die Hierarchie der Zahlen, d.h. während die bezeichnenden Ziffern immer die von 1 bis 9 sind, so gibt ihnen doch der Platz, den sie in der komplexen Zahl einnehmen, die Bedeutung von Zehnern, Hundertern oder Tausendern.
- b) Die Kinder lernen, daß in einer komplexen Zahl die Null nur einen leeren Platz anzeigt. Es fehlt eine Kategorie (in 1065 z.B. fehlen die Hunderter).
- c) Das Kind erfährt die Tatsache, daß nur 9 von jeder Kategorie notwendig sind, um irgendeine Zahl zu bilden.

Alter

4 1/2 Jahre

Fehlerkontrolle

Wenn die Leiterin einen Fehler bemerkt, so fordert sie das Kind auf, die Ziffer zu lesen und die Perlenquantität, die das Kind geholt hat, nachzuzählen. Dann bemerkt es seinen Fehler.

Die Funktion des Dezimalsystems

=====

Kollektivübung

Aufgaben

Material

Drei Kästen mit Sätzen kleiner Karten mit den 9 Einheiten darauf, ferner den 9 Zehnern, 9 Hundertern und 3 Tausendern. Eine Schachtel mit einem Satz größerer Karten von 1 bis 9000. Eine große Menge von Tausenderkuben, Hunderterquadraten, Zehnerstangen und losen Perlen.

Drei Tablettts und drei kleine Schalen für die losen Perlen.

Ein extra Tablett, etwas größer, eine extra Schale.

Übung Addition: Diese führt man am besten als gemeinschaftliche Übung ein. Ein Tablett kann zwei Kindern zusammen gegeben werden, oder einem Kind allein.

Die vier Kartensätze werden gesondert ausgelegt, wie früher.

Zuerst macht man als Beispiel eine Addition, die kein Umwech-seln von einer Kategorie in die andere erfordert. Man legt auf jedes Tablett bestimmte Karten des kleinen Satzes mit verschie-denen Ziffern. Die Kinder holen die Perlenwerte, welche diese Zahlen angeben. Wenn sie die Perlen bringen, prüft die Leiterin jedes Tablett nach. Jedes Kind behält die Karten mit der ent-sprechenden Zahl. Die drei Quantitäten in Perlen werden zusam-mengetan, sodaß alle Kategorien durcheinander auf dem extra Tablett sind. Dann sagt die Leiterin: "Dies ist eine Addition. Alles was Ihr gebracht habt, ist zusammengetan worden, addiert, und alles zusammen ist jetzt eine große Zahl. Wir wollen sehen, wie viel es ist, wir wollen jede Art für sich hinlegen." "Du (zu einem der Kinder) zählst die Hunderter, Du die Zehner etc."

Wenn alles gezählt ist, so fordert man eins der Kinder oder mehrere auf, die entsprechenden Karten des großen Satzes zu holen. Diese werden zusammengelegt, um die Zahl zu bilden, die das Ergebnis der Addition ist. Dann fragt die Leiterin jedes Kind, welche Zahl es gebracht hat.

Die Zahlen (auf den kleinen Karten) werden untereinander gelegt. Die Summe, die auf den großen Karten angegeben ist, wird rechts von den kleinen Karten gelegt oder unter sie. Dann wird er-klärt, daß die drei Zahlen Mengen sind und zusammen die große Zahl ausmachen. Dann sagt die Leiterin etwa: "Du hast gebracht..."

Du hast gebracht... und Du hast gebracht... und zusammen ist das..."

Sobald die Kinder die Übung allein machen können, wählen sie meistens Zahlen, die ein Umwechselln der Kategorien erfordern.

Dann ist die Zeit da, daß man das Nächstwichtige am Dezimalsystem zeigen muß.

Eine einfache Erklärung wird dafür gegeben -daß, sobald wir 10 lose Perlen zusammen haben, wir sie sofort umwechselln in eine Zehnerstange. Dasselbe tun wir, wenn wir 10 Zehnerstangen haben, diese wechselln wir um in ein Hunderterquadrat. Und wenn wir 10 Hunderterquadrate haben, so setzen wir an ihre Stelle einen Tausenderkubus. Um die Tätigkeit aufzuteilen, kann ein Kind die Bank haben und all das Umwechselln für die anderen ausführen.

Kinder finden es natürlich, zuerst die größeren Kategorien zu zählen, wenn sie die Menge wissen wollen. Die Leiterin muß sich davon überzeugen, daß, wenn jede Kategorie gezählt worden ist, die große Karte geholt wird, die zu ihr gehört, bevor die nächste Kategorie gezählt wird. Oft geschieht es, daß man beim Zählen mehr hat als 10. So muß eine Einheit zu der Menge hinzugefügt werden, die man schon gezählt hat. Dann muß auch die vorhergehende Karte gewechselt werden. Wenn man den Kindern Freiheit läßt, so wird jedes im allgemeinen eine große Menge jeder Kategorie wählen. Die Folge ist, daß man immer wieder die großen Karten wechselln muß. Wenn man das mehrmals getan hat, und die Kinder die Tatsachen noch nicht selbst entdeckt haben, so kann die Leiterin fragen, ob die Kinder wissen wollen, wie man es macht, daß man nur einmal bei jeder Kategorie wechselt. Sie zeigt dann, daß, wenn man bei den Einern statt bei den Tausendern zu zählen anfängt, dies erreicht wird.

Subtraktion

Subtraktionsaufgaben werden ähnlich gemacht, aber wir fangen mit einer großen Zahl an, die durch die großen Karten dargestellt wird und auch durch die Perlen. Dies ist unser Vorrat, von dem jedes Kind die Quantität fortnimmt, die seine Zahl angibt. Man arbeitet mit einem Kind oder mit zweien. Das Kind kommt mit einem Tablett und mit der Zahl darauf in kleinen Karten. Wenn nur ein Kind da ist, so gibt die Leiterin die entsprechenden

Quantitäten, zählt dann oder fordert das Kind auf, zu zählen, was übriggeblieben ist, und fordert das Kind auf, aus einem kleinen Satz die Karten zu holen, welche die neue Zahl angeben. Die zwei Zahlen auf den kleinen Karten werden untereinander gelegt zu der ursprünglichen Zahl, die auf den großen Karten steht. Es entsteht der Eindruck, daß die große Quantität in zwei kleine Quantitäten aufgeteilt ist.

Die Leiterin gibt eine einfache Erklärung: "Ich hatte diese Menge....Du kamst und erbatest so viele...ich mußte es von dem, was ich hatte, fortnehmen und jetzt habe ich übrig...."

Fortnehmen nennt man subtrahieren. Wir haben eine Subtraktion gemacht.

Wenn zwei Kinder da sind, so wird erst die eine Subtraktion gemacht, dann die andere, und die Erklärung ist gleich. Aber was übrigbleibt nach der ersten Subtraktion, wird auch in großen Karten hingelegt, während die ursprüngliche Zahl in großen Karten umgedreht wird mit der Rückseite nach oben.

Dies wird getan, um zu zeigen, daß, obgleich man etwas weggenommen hat, doch noch eine große Quantität da ist, von der man nehmen kann. X Mit anderen Worten: Man gibt einen sichtbaren Eindruck, daß die kleinere Quantität immer von der größeren fortgenommen wird. Wenn die zweite Subtraktion gemacht worden ist, so werden die Karten der zweiten großen Zahl wieder zurückgelegt, die ursprüngliche Zahl wird wieder mit der Zahl nach oben hingelegt, und man erklärt, daß jetzt die ursprüngliche Quantität in drei Teile aufgeteilt ist: in die zwei Teile, die die Kinder bekommen haben und in das, was übrig bleibt. Die Zahlen, die man abgezogen hat, sollen voneinander verschieden sein.

Die Übung kann noch anzuehender gemacht werden durch ein Als-ob-Spiel. Wer die ursprüngliche Zahl in der Hand hält starrt die große Menge an, die er durch sie hat, dann schaut er bestürzt aus, wenn er sieht, wie da jemand mit dem leeren Tablett kommt und er es mit der Quantität füllen soll, die auf den kleinen Karten steht. Dann klagt er, gibt weg, was gefordert wird-und nimmt als Quittung die kleinen Karten. Er klagt wieder, daß er so viel fortgeben mußte. Dann zählt er, was er noch hat, holt die Karten von dem großen Satz, klagt noch immer, ist

aber etwas getröstet wie er zu der noch immer großen Menge hinsieht, die ihm geblieben ist. Dann kommt aber noch einer mit einem leeren Tablett und fordert etwas... "Was, Du auch? Du willst mir das alles wegnehmen?" usw.

Auch bei der Subtraktion kommt es bald vor, daß, wenn die Kinder ihre eigenen Aufgaben planen, sie dazu kommen, eine größere Menge von einer Kategorie abzuziehen, als da ist und kommen -nicht immer- und fragen, was sie tun sollen.

Auch hier gibt die Leiterin eine einfache Erklärung, wie die Einheit einer höheren Kategorie in 10 der nächstkleineren Kategorien umgewechselt werden kann.

Auch hierbei kann ein Kind Bankier sein. Auch bei der Subtraktion ist es ratsamer, von den Einern auszugehen als von den Tausendern.

Alter: 4 1/2 bis 5 Jahre

Ziel

Die Kinder bekommen einen Eindruck vom Wesen der Subtraktion und wie sie sich von der Addition unterscheidet; in diesem Falle ist es so, daß man

- a) mit einem Kapital anfängt und Leute kommen, die davon etwas fortnehmen, indem sie ein leeres Tablett herbeibringen und die Forderung, die in kleinen Karten ausgedrückt ist.
- b) Jemand eine Einheit einer größeren Kategorie auflösen muß in zehn der kleineren.
- c) Eine größere Quantität geteilt wird in zwei oder mehr verschiedenen kleinere.
- d) Im allgemeinen derjenige, der das ursprüngliche Kapital hat, etwas übrig behält.

Fehlerkontrolle

Zuerst prüft die Leiterin nach, dann zeigt sie, daß wenn alle Ergebnisse zusammengetan werden, sie wieder die ursprüngliche Zahl sein müssen.

Spiele ausgeführt mit einem Kind oder zweien. Eine Zahl in großen Karten wird hingelegt, aber kein Perlmaterial stellt sie dar. Einem Kind wird in Perlen eine Quantität gegeben, die kleiner ist als die, welche von den großen Karten angegeben ist. Das Symbol auf kleinen Karten wird zu der Zahl der großen Karten gelegt.

Man fragt die Kinder: "Wenn so viel da war (die großen Karten)

und Du hast so viel weggenommen (man zeigt, was es auf dem Tablett hat), was wird übrig sein? Gehe und hole die Karte und die Perlen." Wenn das Kind die Aufgabe nicht allein machen kann, so zeigt man sie ihm.

Die Funktion des Dezimalsystems

=====

Fortsetzung

Multiplikation

Multiplikationsaufgaben werden in fast derselben Weise gemacht, wie Additionsaufgaben, nur bringt jedes Kind die gleiche Summe zur zustandekommenden Menge.

Hierbei kann auch ein Kind aufgefordert werden, die Bank zu haben und den Wechsel vorzunehmen.

Wenn die Karten von jedem Tablett untereinander gelegt werden, so kann die Leiterin erklären, daß, da die Zahlen die gleichen sind, wir die Summe einfacher darstellen können, wenn wir die Karte 3 nehmen, was heißen soll, daß wir die Zahl dreimal wiederholen müssen. Und wir brauchen dann die Zahl nur einmal darstellen, wie folgt:

$$\begin{array}{r} 232 \\ 232 \quad 696 \quad 232 \quad 3 \quad 696 \\ 232 \end{array}$$

Ziel

Das Wesen der Multiplikation wird gezeigt: Es ist eine Addition, in welcher die Quantitäten, die man zusammenzählt, nicht verschieden sind wie bei einer Addition, sondern gleich.

Alter: Um 5 1/2 Jahre

Fehlerkontrolle

In diesem Stadium - und das gilt für alle verschiedenen Arten von Spielen - kommt es darauf an, einen Eindruck der verschiedenen Art der Aufgaben zu geben, und es geht nicht so sehr um ein exaktes Resultat. Die Leiterin kann jedoch wie im Spiel jedes Kind auffordern, von der großen Summe, die sich ergibt, fortzunehmen, was das Kind gebracht hat.

Die Funktion des Dezimalsystems

=====

Fortsetzung

Division

Material: Goldenes Perlmaterial; Tausender - Hunderter - Zehner und Einer, ein Satz großer Karten bis 9000, drei Sätze kleiner Karten bis 3000. Tablett, Schälchen für Einer, eine Matte.

Darbietung

Man fordert das Kind auf, die großen und die kleinen Karten auszulegen. Man wählt ein Kind, das die Bank haben soll. Man nimmt eine Zahl, die genau teilbar ist durch 2 oder 3, z.B. 9366, und man legt sie mit den großen Karten hin, man fordert den Bankier auf, oder ein anderes Kind, die entsprechende Zahl von Perlen zu bringen. Jetzt wählt man zwei oder drei Kinder, gibt jedem ein Tablett und erklärt, daß man die ganze Menge Perlen unter ihnen teilen will, und daß sie darauf achten müssen, jeder die gleiche Menge zu bekommen. Wenn aber etwas übrigbleibt, so wenig, daß es nicht genug ist, jedem noch einen gleichen Anteil zu geben, so wird keiner es bekommen, sondern das ist der Rest.

Man fängt an, indem man die Tausender verteilt. Wenn das getan ist, so fordert man die Kinder auf, aus einem der kleinen Kartensätze die Karte zu holen, die zu der Menge paßt, die sie bekommen haben; diese wird auf das Tablett zu dem Material gelegt. Man wiederholt den Vorgang für die Hunderter, die Zehner und die Einer. Wenn die Verteilung fertig ist, so fordert man die Kinder auf, die Zahl, die sie bekommen haben, mit den Karten auf ihrem Tablett darzustellen. Dann fragt man jedes Kind, wieviel es bekommen hat.

Man macht weitere Divisionen, einige statische und einige dynamische (die statischen erfordern kein Umwechselln von einer Kategorie in die andere, die dynamischen wohl, wie bei 42:3, wobei ein Zehner in Einer umgewechselt werden muß. Nach dem letzten Teilen fordert man die Kinder auf, die Karten zu bringen, welche die Menge, die sie erhalten haben, darstellen. Diese legt man untereinander, rechts von der Zahl, die durch den großen Satz Karten gebildet ist. Man fragt die Kinder, wieviele sie sind und sagt ihnen: "Wir gingen von der großen Menge aus und teilten sie unter Euch drei, und jeder bekam soundsoviel,

so können wir es so hinlegen". Man legt erst den großen Satz Karten hin, tut zwei der kleinen Sätze weg und legt eine kleine Drei hin, um zu zeigen, daß die Menge unter drei Personen geteilt wurde. Und der bleibende Satz der Karten zeigt, was jeder bekommen hat.

Ein anderesmal beginnt man von den Einern auszuteilen, und man zeigt den Kindern praktisch, warum wir immer von der größten Zahl beim Teilen ausgehen, z.B. wenn die gewählte Aufgabe ist: 34313, bleiben 2 übrig, wenn wir jedem der drei eine Einerperle gegeben haben. Die Kinder bekommen die Karte 1, da der Rest nicht verteilt werden kann. Er genügt nicht. Dann verteilen wir die Zehner, dabei bleibt einer übrig. Die Kinder holen sich die Karte zu der einen Zehn, die sie bekommen haben. Man sieht dann, daß die übrigbleibende Zehn in Einer umgewechselt werden kann, und zusammen mit den zwei Einern, die übrigbleiben, kann man nun verteilen, und man muß alles mit den Einern wieder von vorne machen. So sehen wir, daß es viel komplizierter ist, von rechts anzufangen, und daß wir deshalb von links aus die Teilung beginnen.

Ziel

Das Kind versteht, was Teilen ist.

Fehlerkontrolle

Dieselben Beobachtungen gelten hier. Aber ein ähnliches Spiel kann gespielt werden, indem man das, was jeder bekommen hat, wieder zusammentut und auch den Rest und sieht, ob die ursprüngliche Menge herauskommt.

Alter

Von 5 1/2 Jahren

Dezimalsystem

=====

Fortsetzung

Material:

Wie bei der vorhergehenden Übung, dazu eine Schachtel, die grüne, blaue und rote Bänder enthält.

Darbietung und Übung

Man fordert das Kind wie früher auf, die Karten auszulegen. Man wählt eine Zahl und legt sie auf die Matte in großen Karten und mit Perlmateriale aus. Man erklärt, daß man jetzt durch eine größere Zahl als 9 z.B. durch 14 teilen will. Man fordert 14 Kinder auf, heranzukommen. Man gibt jedem der ersten vier eine grüne Schleife, dann fordert man die übrigen zehn auf, einen Führer zu wählen, der sie vertreten soll, sodaß sie mit ihrer Arbeit weiterkommen können. Diesem Vertreter gibt man eine blaue Schleife, das soll bedeuten, daß er oder sie 10 Kinder vertritt. Dann teilt man wie sonst, aber man gibt dem Kind mit der blauen Schleife zehnmal so viel wie den anderen. Wenn die Teilung vollzogen ist, so fragt man jedes Kind, was es bekommen hat. Das Kind mit der blauen Schleife wird einen Betrag nennen, der zehnmal so groß ist, als der Betrag der anderen. Aber dann wird die Leiterin das Kind daran erinnern, daß es andere vertritt und den Anteil teilen muß unter sich und seine neun Freunde. Wenn das Kind dies getan hat, zählt jedes der 14 Kinder, wieviel es bekommen hat, und sie bemerken, daß sie alle die gleiche Menge haben, und diese Antwort wird nur einmal in den kleinen Karten gelegt.

Wenn man einige Male gerechnet hat, ist es nicht mehr nötig, die 10 Kinder zu holen. Die Kinder verstehen nun, daß das eine Kind mit dem blauen Band anstelle von 10 Kindern da ist.

Später kann man die Hundert einführen, indem man ein Kind als Vertreter der Hundert nimmt, und man gibt ihm eine rote Schleife.

Alter: Um 6 Jahre

Ziel

Das Verständnis, wie Mengen bei einer großen Division verteilt werden, und daß zum Schluß das Ergebnis das gleiche ist: Das Ergebnis der Division ist die Menge, die jede Einheit des Divisors empfängt.

Dies sagt man natürlich nicht so zu den Kindern. In diesem Stadium

genügt es, daß die Kinder die Erfahrung durch Tun machen.

Das Markenspiel für das Dezimalsystem¹⁾

Diese Übung wird individuell von den Kindern gemacht als Übung, die das Dezimalsystem betrifft und folgt auf die gemeinschaftlichen Übungen mit dem goldenen Perlmaterial.

Material

Eine große Menge kleiner Karten(oder hölzerner quadratischer Plättchen) von gleicher Größe (ungefähr 1 Zoll im Quadrat), wie eine Briefmarke.

Marken von 1000 tragen alle die Zahl 1000 in grün, Marken von 100 tragen eine rote Zahl, die Marken der 10 eine blaue und die der Einer eine grüne.

28 Kegel, ein großer grüner, 27 kleinere (von denen je 9 rot, blau oder grün sind). Sie stellen die vier verschiedenen Kategorien 1000, 100, 10 und 1 dar. Der kleinste Kegel ist doppelt so groß wie die Kegel, die man später bei den Divisionsbrettern braucht. Der Kegel der 1000 ist dreimal so groß. Jetzt ist das Kind alt genug, seine eigenen Zahlen aufzuschreiben. Wenn nicht, so werden kleine Sätze von Karten gebraucht, oder der Lehrer schreibt die Zahlen, oder es wird ein anderes Mittel gebraucht.

Farbige Kreise sind da, um die Kategorien des Dezimalsystems darzustellen, grüne, rote, blaue. Ihre Größe ist dieselbe wie die Grundfläche des zugehörigen Kegels.

Darbietung und Übung

Addition. Zuerst stellt man die Zahl dar mit den kleinen Kartensätzen; wenn das Kind schon fortgeschritten ist, so gibt man ihm die Aufgabe auf Papier geschrieben, z.B. $4759+3863$. Man legt die zwei Zahlen mit den Marken, die erste mit vier Tausendermarken, 7 Hundertermarken, 5 Zehnermarken und 9 Einermarken. Man legt die Marken desselben Wertes untereinander - und ordnet die verschiedenen Kategorien (1000, 100 etc.) nebeneinander so an, daß ein kleiner Zwischenraum zwischen den Kate-

1) Hiervon besteht eine besondere illustrierte Ausgabe, die man beim Lehrmittelhaus Nienhuis, Den Haag, bekommen kann.

gorien bleibt.

Die Zahl, die hinzugefügt werden soll, wird in derselben Weise gebildet: mit 3 Tausendern, 8 Hundertern, 6 Zehnern und 3 Einern.

Ein kleiner Zwischenraum trennt die Marken der ersten und der zweiten Zahl, sodaß man die beiden unterscheiden kann, aber die Tausender, Hunderter etc. von jeder Zahl liegen in derselben vertikalen Linie. So kann man nachprüfen, ob die entsprechende Menge von Marken genommen worden ist.

Bei der Addition ist nur nötig, den Zwischenraum, der die Zahlen trennt, auszumerzen. Die beiden Zahlen sind eine geworden. So bekommt das Kind einen anderen Eindruck von der Bedeutung einer Addition. Jetzt beginnt man von rechts und zählt, wieviele Marken in jeder vertikalen Linie liegen. Die Linie der Einer hat mehr als 10. So wechseln wir 10 Einer um in eine Zehnermarke und fügen sie der Reihe der Zehner hinzu. Jetzt zählen wir die Zehnermarken, es sind auch mehr als 10 da. Wir wechseln 10 um in eine Hundertermarke. Diese legen wir unter die rote Reihe. Jetzt zählen wir die Hunderter, und da mehr als 10 da sind, wechseln wir 10 in einen Tausender. Diese Marke wird unter die Tausender gelegt.

Jetzt zählen wir schließlich, wieviele Marken in jeder Reihe liegen; in der grünen Einerreihe sind 2, in der blauen auch 2, in der roten 5, in der grünen Tausenderreihe 8. Diese Zahl wird aufgeschrieben, wenn das Kind schreiben kann, wenn nicht, wird sie durch die Karten dargestellt. Die 3 geschriebenen Zahlen werden zusammengelegt, die Karten zeigen, daß wir 4769 hatten. Wir haben 3863 hinzugefügt. Wir haben daher jetzt 8622. Man ordnet sie so an:

$$\begin{array}{r} 4759 \\ 3863 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 4759 \\ 3863 \end{array}} \right) 8622$$

Später kann das Kind selbst mit Zahlen rechnen, die es sich wählt, und es schreibt sie in sein Buch.

Alter: Um 5 1/2 Jahre

Ziel: Das Kind bekommt Gelegenheit, individuelle Übungen der Addition zu machen. Vorher mußte es mit anderen Kindern zusammen arbeiten, um die Aufgaben mit dem Perlmaterial des Dezimalsystems zu machen.

Subtraktion

Zuerst stellt man die Aufgabe dar oder schreibt sie auf. Man fängt mit einer einfachen Aufgabe an z.B. 4279-2158. Man legt zuerst die Hauptzahl hin: 4 von den 1000, 2 von den 100, 7 von den 10 und 9 von den 1. Jetzt schreibt man auf ein farbiges Papier die Zahl, die man abziehen soll. (Andere Mittel können gebraucht werden, um den Unterschied in der Funktion von Minuend und Subtrahend zu zeigen. Es müssen deshalb 8 Marken von der Reihe der Einheiten fortgenommen werden, 5 von den Zehnern, 1 von den Hundertern und 2 von den Tausendern. Es bleiben übrig 2 Tausendermarken, 1 Hunderter- 2 Zehner- und 1 Einermarke. Man stellt den Rest in Dezimalkarten dar, oder man schreibt ihn auf als Ergebnis der Aufgabe.

Die Marken, die man fortgenommen hat, werden unter die geschriebene Zahl gelegt, die sie darstellt. Dasselbe tut man bei dem Rest nach der Subtraktion. Die Zahlen werden also so angeordnet:

net: 4279 $\begin{array}{r} 2158 \\ 2121 \end{array}$ Unter den Zahlen 2158 und 2121 liegen die entsprechenden Zahlen von Marken, unter der Zahl 4279 nichts.

Wenn die Leiterin die Einführung macht, so vermittelt sie die Tatsache, daß, wenn man von der ursprünglichen Quantität 4279 ausgeht und 2158 fortgenommen hat, der Rest 2121 übrigbleibt; d.h. 4279 wurde geteilt in zwei ungleiche Zahlen. 2158 und 2121.

Subtraktion (dynamisch)

Angenommen wir nehmen die Aufgabe 2098-1909.

Wir legen die Hauptzahl in Marken aus. "Wie können wir 9 fortnehmen, wenn wir nur 8 Einer haben?" Der Lehrer erklärt, daß noch viele Zehner da sind, von denen man leihen kann. Eine Markelo kann in 10 Marken 1 umgetauscht werden. Diesen frischen Vorrat fügen wir der Einermarke hinzu, sodaß wir jetzt 9 fortnehmen können.

Wir brauchen von den Zehnern nichts fortzunehmen; aber ein anderes Problem ist da. Wir müssen 9 Marken von 100 weg nehmen, und es sind gar keine Hunderte da. Wir holen Hilfe bei den Tausendern, wir wechseln einen in 10 Marken der Hundert und legen sie in eine vertikale Reihe zwischen die übrigbleibenden Tausend und die Reihe der Zehner. Jetzt können wir 9 fortnehmen. Dann nehmen wir eine Marke von den Tausendern fort; und wir zählen, was auf dem Tisch übrigbleibt. Der Rest wird entweder

aufgeschrieben oder mit den Dezimalkarten gelegt. Die Zahlen werden angeordnet, wie im vorigen Fall gezeigt wurde.

Multiplikation

Der Lehrer schreibt die Aufgabe auf:

$$\begin{array}{r}
 2375 \\
 2375 \\
 \hline
 2375
 \end{array}
 \quad \text{oder} \quad 2375 \times 3$$

Er erklärt, daß, wenn die Zahlen, die man addiert, von gleichem Wert sind, man die Aufgabe eine Multiplikation nennt.

Das Markenspiel eignet sich besonders für die Multiplikation und die Division (nachdem Addition und Subtraktion verstanden sind), denn der Lehrer braucht nur die Aufgabe 2375×3 z.B. aufzuschreiben, und das Kind arbeitet nun allein. Es zählt in Marken ab: 2 von den 1000, 3 von den 100, 7 von den 10, 5 von den 1, dreimal

$$\begin{array}{r}
 2375 \\
 2375 \\
 \hline
 2375
 \end{array}
 \quad 7125$$

Wenn der Lehrer die Einführung macht, erklärt er, daß man von den drei gleichen Zahlen ausgeht (die ursprünglich sowohl in Karten wie in Marken dargestellt wurden, die aber, nachdem die Addition gemacht wurde, untereinandergelegt werden ohne Marken). Zusammen haben sie ergeben 7125 (in diesem Fall wird die Summe sowohl geschrieben wie auch in Marken dargestellt). Man fragt das Kind nun, wieviel mal 2375 da war; es antwortet: "dreimal". Dann zeigt der Lehrer, wie diese Aufgabe kürzer dargestellt werden kann, und er ordnet die Zahl wie folgt an

$$\begin{array}{r}
 2375 \\
 3 \\
 \hline
 7125
 \end{array}$$

Er sagt: "Dreimal zweitausend dreihundert und fünf und siebenzig machten 7125" "Wie oft haben wir 2375 wiederholt?" "Dreimal" . "Gut". "Es ist also $3 \times 2375 = 7125$ ". Man betont diesen Typus der Erklärung, und der Prozeß prägt sich gut in den Geist des Kindes ein. Um sich dessen zu versichern, geht der Lehrer zum Kind, wenn er sieht, daß das Kind fertig ist und die Endresultate anordnet, und er fragt die entsprechenden Fragen.

Division

Die Kreise und Kegel werden nur für die Division gebraucht. Die Kreise zeigen, ob eine Kategorie im Divisor fehlt. Während Multiplikation bedeutet, daß gleiche Quantitäten addiert werden, bedeutet Division, daß man gleiche Teile macht. Am Anfang nimmt der Lehrer eine Zahl, die ohne Rest aufgeht. Man beginnt auch

am besten mit Divisoren von einer Einheit, um klar die Technik zu erklären und die Tatsache, daß, wenn die blauen Kegel eingeführt werden, diese 10 mal soviel bekommen müssen als die grünen. Aber man bleibt nicht lange stehen bei Divisoren von einer Einheit, da ja der Prozeß der langen Division schon beim Dezimalsystem absorbiert wurde. Man geht dann über zu 2, 3 und 4 Stellen.

Wir nehmen das folgende Beispiel. Die Menge 1776 wird geteilt unter zwei rote Kegel, zwei blaue Kegel und zwei grüne. Die Quantität 1776 wird in Marken dargestellt, eine Marke 1000, 7 Hunderter, 7 Zehner und 6 Einer. Die Kegel werden in einer Reihe hingestellt. Jeder soll dasselbe bekommen.

Da eine Tausendermarke nicht verteilt werden kann auf 2 Kegel, die 100 darstellen, so muß sie in 10 Hundertermarken umgewechselt werden. Jetzt beginnt die Verteilung. Jeder rote Kegel bekommt eine Hundertmarke, jeder blaue eine Zehnermarke, jeder grüne eine Einermarke. Wir können jedem Kegel 3 geben. Es ist genug da, um jedem roten Kegel noch eine Hundertmarke zu geben, aber es bleibt dann nur eine Zehnermarke; daher suchen wir Hilfe bei den Hunderten und wechseln einen in 10 Zehnermarken um. Jetzt können wir den blauen Kegeln jedem eine Marke geben.

Aber wir sehen, es sind gar keine Einermarken übrig, daher wechseln wir eine Zehnermarke in 10 Einer um, sodaß wir jetzt den grünen Kegeln ihren Anteil geben können.

Wir machen so weiter, indem wir jedem Kegel seinen Anteil geben, bis alle Marken verteilt sind. Unser Ziel ist, gleich zu teilen.

Das Ergebnis der Aufgabe ist deshalb die gleiche Anzahl, die alle Kegel haben. Dies betont man beim Kind, indem man zeigt, daß jeder rote Kegel 100 Individuen vertritt und jede Hundertermarke unter 100 verteilt werden muß, und da 8 solche Marken da sind, so hat doch jedes Individuum nur 8 bekommen.

Dasselbe tut man bei den blauen und grünen Kegeln. Das Ergebnis (der Quozient) kann abgelesen werden, indem man sieht, was irgendeiner der grünen Kegel bekommen hat.

Bemerkung

Man kann eine Divisionsaufgabe, die man gemacht hat, in eine

Multiplikationsaufgabe umkehren, wenn z.B. 1776 geteilt wurde in 8×222 . Dies tut man, indem man das Kind auffordert, die ursprüngliche Zahl (das ist eine Marke 1000, 7 Marken 100, 7 Marken 10 und 6 Marken 1) herzustellen durch entsprechende Wechsel von 222 (das ist 2 Hundertermarken, 2 Zehner, ein Einer) Man fordert es dann auf, die Gruppen der 222 zu zählen. Das ist 8.

Man fordert es dann auf, die Einer zu zählen, die unter einem der grünen Kegel liegen, es sind auch 8. Dann versteht es, daß man eine Division auf zweierlei Weise machen kann. Wenn 8 Gruppen von 222 von 1776 weggenommen sind, so können wir dem Kind die Multiplikationsaufgabe geben. 8×222 .

Dies ist das erstemal, daß das Kind einen Eindruck bekommt von "Gruppendivision" - d.h. das Ergebnis einer Division kann erreicht werden, wenn man überlegt, wieviele Gruppen von (in diesem Falle 222) 222 aus 1776 gemacht werden können. Die andere war eine individuelle Division, man sah, wieviel jede Einheit des Divisors erhielt.

Später mag das Kind seine eigene Aufgabe erfinden; und wenn ihm ein Rest bleibt, so wird die Tatsache ihm deutlich sein, oder es kann erklärt werden, daß der Rest zu klein ist, um aufgeteilt zu werden.

Dies ist oft nicht klar am Anfang. So muß erklärt werden, daß die Division nicht weitergehen kann, wenn alle Marken, die denselben Wert darstellen, wie die höchstwertigen Kegel, verteilt worden sind. Was übrigbleibt, ist der Rest.

Wenn die Kinder genügend Erfahrung haben, so führt man Divisoren ein mit einer Null.

Es gibt zwei Fälle: Die Null kann am Ende des Divisors stehen: In diesem Fall bedeutet der leere Kreis der Einer, daß die Zahl aus hölzernen Quadraten unter irgendeinem der blauen Kegel verteilt werden muß unter 10 grüne Kegel. Nur wenn diese Verteilung gemacht worden ist, kann man sich des Resultates vergewissern. Wenn die Null in der Mitte steht, so wird nichts an den Raum gegeben, der durch den Kreis dargestellt ist und nicht besetzt ist von dem Kegel. Aber es zeigt sich, daß, wenn er besetzt wäre, so würde der Kegel zehnmal weniger erhalten haben, als was den Kegeln zur Linken gegeben wird; und daß die

Kegel unmittelbar rechts zehnmal weniger erhalten müssen, als sie erhalten würden, wenn statt eines Kreises ein Kegel da wäre.

Alter: Von 6 Jahren an (wenn die Kinder schon früh angefangen sind, von 5 oder 5 1/2 Jahren an).

Ziel

Dasselbe wie früher.

Das Punktspiel

=====

Material

Kariertes Papier, das lose gebraucht wird oder von einem Rahmen mit Mattglas eingefasst ist, oder eine Schiefertafel mit denselben Einteilungen wie das Papier sie hat. Das karierte Papier ist von links nach rechts in 6 Abteilungen geteilt. Jede Abteilung außer der einen an der äußersten rechten wird von oben nach unten unterteilt in 4 Teile. Von diesen ist die zweite von oben her in horizontale Reihen von je 10 Quadraten geteilt. Auf den oberen Einteilungen der Abteilung beginnend, von der zweiten rechts und weiter nach links hin sind in den symbolischen Farben die Ziffern 1, 10, 100 etc. geschrieben.

Ein schwarzer Bleistift. Ein farbiger Stift. Eine große Additionsaufgabe.

Erste Darbietung und Übung

Auf die Abteilung rechts schreibt man mit schwarzem Stift die Zahlen, die hinzugefügt werden, unter die andere Zahl wie bei der gewöhnlichen Addition. Man nimmt eine große Zahl mit vielen Ziffern, einige gehen in die Tausender; man macht mit schwarzem Stift Punkte in so vielen Quadraten wie Einheiten in jeder Ziffer der Aufgabenzahlen sind, und beachtet dabei den Stellenwert jeder Ziffer und macht die Punkte in die Quadrate der entsprechenden Abteilung.

Beispiel: Wenn die erste Ziffer 2345 ist, so macht man in der ersten Reihe 5 Punkte in die Abteilung der Einer, 4 in die der Zehner, 3 in die der Hunderter und 2 in die der Tausender. Wenn die zweite Zahl 876 ist, so werden die 6 Punkte, welche die Einer darstellen, zu den 5 Punkten angemerkt, die schon da sind. Da aber in jeder horizontalen Reihe nur 10 Quadrate sind, so wird 1 Punkt in die zweite Reihe gesetzt. Das entsprechende tut man mit den 7 Punkten der Zehnerreihe. Man fährt in derselben Weise fort, bis die Zahlen der Aufgabe angemerkt sind. Dann fängt man bei der Abteilung der Einer an, zieht eine Linie durch jede vollständige Zehnerreihe und merkt dies an durch einen Punkt unten unter der Reihe. Wenn die letzte Reihe nicht vollständig ist, so zählt man die Punkte darin und schreibt die entsprechende Zahl in den niedrigsten Teil der Abteilung. Wenn alle Reihen

vollständig sind, schreibt man statt dessen Null. Man zählt die Punkte unter der Reihe und schreibt die entsprechende Ziffer auf die rechte Seite der Abteilung der Zehn und braucht einen farbige Stift; man fügt zu den schwarzen Punkten, die schon da sind, (in der Reihe der Zehn) entsprechend viele Punkte. Man geht in derselben Weise vor wie bei den Zehnern und bei allen anderen. Die farbigen Punkte stellen die Zahl dar, die aus der vorhergehenden Reihe übertragen ist. Das endgültige Resultat, das in die unterste Abteilung geschrieben wird, stellt das Resultat der Addition dar. Dieses wird unter die Reihe der Zahlen in der rechten Abteilung übertragen und die hinzugefügt sind.

Zweite Darbietung und Übung

Man tut dasselbe mit dem Unterschied, daß statt eine vollständige Zahl nach der anderen zu behandeln, man von allen Zahlen zuerst die Einer, dann die Zehner usw. wie in der gewöhnlichen Addition notiert.

Ziel

- a) Der Mechanismus des Dezimalsystems wird veranschaulicht, es wird gezeigt, daß 10 jeder Kategorie eins ausmachen in der unmittelbar höheren.
- b) Es wird die Aufmerksamkeit des Kindes auf den Mechanismus des immer Zehn-Abzählens, dann Übertragens in höhere Kategorie gerichtet.
- c) Das Kind wird mit den Beziehungen der verschiedenen Kategorien untereinander bekannt.

Indirektes Ziel

Vorbereitung der abstrakten Addition.

Alter

Von 5 Jahren an.

Fehlerkontrolle

In dieser Übung gibt es keine automatische Fehlerkontrolle. Es sei aber bemerkt, daß in diesem Stadium nicht die Genauigkeit des Ergebnisses erstrebt wird, sondern was im "Ziel" genannt wird.

Die kleine Perlentreppe (Zahlen von 11 bis 19)
=====

Es handelt sich um dieselbe Perlentreppe, die für das Schlangenspiel benutzt wurde, wenn dieses früher gelernt wurde als die Namen zwischen 10 und 20.

Material

10 Perlenstäbchen, jedes von verschiedener Länge, aus einer Quantität von Perlen, die von 1 zu 10 weitergeht; jede verschiedene Quantität unterscheidet sich von den anderen durch eine andere Farbe: 1 rot, 2 grün, 3 rosa, 4 gelb, 5 hellblau, 6 braun, 7 beige, 8 grau, 9 dunkelblau, 10 orange. 9 extra Zehnerstangen.

Darbietung

Man führt die Zahlen von 11 bis 19 in der Dreistufenlektion ein.

- a) Man nimmt eine Zehnerstange und legt neben sie rechts an einem Ende die Einerstange; dies heißt 11. Man führt jede folgende Zahl durch eine Quantität für sich ein, unter die 11 legt man eine Zehnerstange und an ihr Ende eine Zweierstange. So wie bei der 11 werden die Stangen von 10 und 2 vertikal und parallel hingelegt, beide liegen in gleicher Linie oben: Dies ist 12. Unter diese legt man eine Zehnerstange mit einer Dreierstange: Dies ist 13. Der Lehrer mag eine kurze Erklärung geben, daß anstatt, daß man eine Zahl nennt 1- und-10 oder 2- und-10, oder 3-und-10 wir sagen 11, 12. 13. Zuerst gibt man nur diese drei.
- b) Man mischt sie und fordert das Kind auf, eine oder die andere der drei Zahlen zu bilden. Man mischt sie jedesmal, sodaß das Kind ein Interesse daran hat, die Zahlen zu bilden.
- c) Nun bildet der Lehrer eine Zahl und fragt das Kind, welche Zahl es ist.

Die nächsten Zahlen von 14 bis 19 sind leicht; man fordert das Kind auf, die Zahlen von 11 bis 13 zu bilden, dann legt man unter die 13 eine Zehnerstange mit einer 4; das ist 14. Man fährt fort in dieser Weise und bildet jede Zahl bis 19.

- a) Man fordert das Kind auf, die Namen von 11 bis 19, die man nennt, zu wiederholen und von 19 nach 11 zurück.
- b) Man mischt alle und fordert das Kind auf, irgendeine Zahl

von 11 bis 19 zu bilden.

c) Jetzt bildet der Lehrer die Zahl und fordert das Kind auf, den Namen zu nennen.

Übung

Außer der Dreistufenlektion kann das Kind die Zahlen in ihrer numerischen Ordnung bilden oder in irgendeiner Ordnung, die ihm in den Sinn kommt.

Ziel

Die Perltreppe unterscheidet klar jede Zahl bis 10 als besondere Einheiten verschiedener Quantitäten. Die Perlstangen erleichtern die Konstruktion der Zahlen von 11 bis 19 und zeigen ihre Beziehung zur 10.

Alter

Diese Dinge werden gewöhnlich nach dem Dezimalsystem gegeben. Aber einige Kinder wollen direkt über die 10 hinausgehen nach den Spindeln und den Chips mit den Karten.

Fehlerkontrolle

Das Kind übt seine eigene Kontrolle, weil es die Folge der Zahlen von 1 bis 10 kennt. Es braucht nur vertraut zu werden mit den neuen Namen und ihre Folge.

Die Zehnerbretter (Séguinsche Tafeln)

=====

Material

2 Bretter, die in 5 Abteilungen geteilt sind, in 9 dieser Abteilungen ist eine große 0 gedruckt in schwarz auf hellbraunem Grund. Ein Satz Karten ist da, die man einfügen kann in die Bretter, und die dann die Null bedecken. Sie tragen die Zahlen von 1 bis 9.

Darbietung In der vorigen Übung hat das Kind die wirklichen Quantitäten und die Namen der Zahlen für sie zwischen 11 und 19 gelernt. Jetzt soll es die Zeichen lernen für diese Namen und die zugehörigen Quantitäten. Die Leiterin schreibt die Zahl 1 über die 0 oder 10 und sagt "elf". Sie nimmt 2 oder 3 Zahlen gleichzeitig und lehrt das Kind den Namen der Zahl, die es kennt, mit den betreffenden Zeichen zu verbinden. Dabei braucht sie die Dreistufenlektion.

Übung Das Kind wiederholt, es bildet die Zahlen von 11 bis 19.

Ziel

Das Kind soll Name und Zeichen verbinden.

Alter: 5 Jahre oder jünger.

Material

Die Zehnerbretter, die Karten mit Zahlen 1 bis 9, eine Schachtel mit 10 Zehnerstangen, die kleine Perlentreppe.

Darbietung und Übung

Das Kind legt die Bretter auf den Tisch oder auf eine Matte und legt die losen Karten rechts von den Brettern und die Perlen links. Es bildet 11 mit den Perlen und schiebt dann die Karte mit der gedruckten 1 über die 0 der ersten 10. Es legt dann eine Zehnerstange zur zweiten 10 und eine Zweierstange dazu und schiebt das Symbol 2 über die 0 der zweiten 10. Und es fährt fort, bis alle Zahlen vollständig sind.

Ziel

Das Kind soll Quantität, Name und Ziffer verbinden.

Alter

Kann von 4 bis 5 Jahren an sein.

Die Zehnerbretter II

=====

Material

2 Bretter, die den schon genannten Zehnerbrettern gleichen, auf die aber 10 bis 20 und bis 90 aufgedruckt ist. Ein Satz loser Karten von 1 bis 9. 9 Zehnerstangen und 10 lose goldene Perlen.

Darbietung

Das Kind hat wiederholt die Bezeichnungen 20, 30 etc. gehört, in seinem täglichen Leben und während es mit dem Dezimalsystem arbeitet, sodaß sie ihm nicht ganz unbekannt sind. Die Leiterin nimmt die Zehnerstangen und fordert das Kind auf, ihr eine der Zehnerstangen zu geben. Und sie legt sie auf die linke Seite des Brettes an das Zeichen 10. Dann bittet sie um 20. Die Leiterin läßt das Kind die zwei Stangen zählen, damit es sich klar wird, daß die 2 Zehner 20 sind, und sie legt sie dann an das Symbol 20. Weiter fährt sie fort, die Namen 20, 30 etc. bis 90 zu geben. Jeder Name, der nicht bekannt ist, wird mit der Dreistufenlektion gegeben.

Ziel

Die Zahlen 20, 30 etc. werden gelernt. Das Kind lernt, daß 20 zwei Zehner sind usw. bis 90.

Alter: Kann von 5 Jahren an sein.

Bemerkung

Eine zweite Übung ist es, daß das Kind von 1 bis 100 zählt und jede Zahl in Perlen und Karten darstellt während es zählt. Wenn es bis 19 kommt oder bis 29 oder bis 39 etc., so fügt es die zehnte Perle hinzu, wechselt dann die ¹⁰losen Perlen um in eine weitere Zehnerstange, schiebt das Ganze der Zehnerstangen, das erreicht ist, an die nächste Abteilung des Brettes, um 20, 30 etc. zu kennzeichnen. Dies ist eine Vorbereitung für das lineare Zählen.

Man zeigt dem Kind auch, daß die Namen der Zahlen entstehen aus 1, 2, 3 bis 9, die zu den Namen der Zehner hinzugefügt werden. Zwanzig, dreißig, vierzig, fünzig etc.

Lineares Zählen

=====

Material I

Die Hundertkette bestehend aus 10 Zehnerstangen, ein Umschlag, wenn möglich rot, der Zettel enthält wie die, welche zu der Tausenderkette gehören, bis 1000. Das Hundertquadrat.

Material II

Die Tausenderkette aus 100 Zehnerstangen mit einem Umschlag, möglichst grün, der grüne Zettel enthält für die Einer von 1 bis 9, die darauf gedruckt sind.

Blaue Zettel zu den Zehnern, rote Zettel zu den Hundertern (110, 120 etc. 210, 220 etc. auf blauen Zetteln) und ein grüner Zettel für 1000. Der Tausendkubus.

Darbietung und Übung

Man faltet die Hundertkette in ein Quadrat und legt sie neben das Zehnerquadrat; man öffnet die Kette langsam und erklärt, daß das Quadrat aufgebrochen ist in Zehnerstangen. Man fordert das Kind auf, jede Perle in der Kette zu zählen und neben die ersten 9 Einheiten die entsprechenden grünen Einerkarten zu legen, bis es zu der 10 kommt, neben die es die blaue Karte legt. Es fährt fort in dieser Weise bis 100. (Nach der 10 werden die Zettel nicht hinter jede Einheit gelegt, sondern hinter jede 10)

Die Tausenderkette wird in derselben Weise dargeboten zusammen mit dem Tausendkubus.

Die Kinder legen oft ein Quadrat oder die entsprechende Anzahl von Quadraten hinter jede Hundert, die sie gezählt haben.

Ziel

Die Fähigkeit des Kindes, zu zählen, wird gestärkt. Bisher hat es mit Hundertern im Dezimalsystem gearbeitet, aber durch diese Übung wird es vertraut mit der Zahlenreihe, mit jeder einzelnen Perle in einer langen Kette, die 1000 bedeutet. Es scheint am Anfang, daß dabei eine große Anzahl von Namen eingepägt werden muß, aber in Wirklichkeit sind die einzigen Namen, die das Kind neu lernt, die zwischen 10 und 19 und die zwischen 10 und 100. Das Kind aber hat, trotzdem es alle kennt, das Gefühl, etwas Außergewöhnliches zu vollenden. Es wird dabei keine Anstrengung erfordert.

Zählen ist eine ruhige Aktivität, und es wird leicht mechanisch;

und ohne daß es dem Kind bewußt wird, erwirbt es mit dieser Übung den Mechanismus des Zählens.

Auffallen wird dem Kind der Unterschied zwischen dem Quadrat und dem Kubus der 10 durch den sinnhaften Eindruck, den die zwei Ketten, die man in einer geraden Linie nebeneinanderlegt, vermitteln

Alter: Von 5 1/2 Jahren an.

Zählen mit Überspringen von Zahlen

=====

Material

Das Brett mit den Kuben, Quadraten und Ketten, von 2 bis 10 incl., die Einerperle (1).

Kette der 2 grün mit zugehörigen Kärtchen, grün markiert
1, 2, 4, 6, 8

Kette der 3 rosa mit entsprechenden Kärtchen, rosa markiert
1, 2, 3, 6, 9, 12 bis 27

Kette der 4 mit entsprechenden Kärtchen, gelb markiert
1, 2, 3, 4, 8, 12, 16 bis 64

Kette der 5 hellblau mit entsprechenden Kärtchen, blau markiert
1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20 bis 125

Kette der 6 braun mit entsprechenden Kärtchen, braun markiert
1 bis 6, 12, 18, 24 bis 216

Kette der 7 weiß mit entsprechenden Kärtchen, weiß markiert
1 bis 7, 14, 21, 28 bis 343

Kette der 8 grau mit entsprechenden Kärtchen, grau markiert
1 bis 8, 16, 24, 32 bis 512

Kette der 9 dunkelblau mit entsprechenden Kärtchen, dunkelblau markiert
1 bis 9, 18, 27, 36 bis 729

Darbietung und Übung

Man nimmt eine der Ketten z.B. die der 5, faltet die Kette in ein Quadrat und legt sie neben eins der Fünferquadrate. Man nimmt dann die Kette langsam auseinander, sodaß das Kind sieht, daß die Kette dem Quadrat gleich ist, aber aufgelöst in Fünferstangen. Man zählt dann die Perlen der Kette, eine nach der anderen, legt die Kärtchen, die zu den Zahlen 1 bis 5 passen, neben die 1. Stange, fährt fort zu zählen und legt nur das entsprechende Kärtchen ans Ende jeder Stange.

Man wiederholt diesen Prozeß bei der Kubuskette, vergleicht erst die Kette mit dem Kubus, d.h. man zählt erst die Quadrate der 5 in der Kette, wenn sie an dem Brett hängt - dann zählt man. Die Kinder können ein Fünferquadrat neben die Kette legen jedesmal, wenn sie 5 Stangen gezählt haben. Sie sehen dann, daß die Kette gleich ist 5 Quadraten. Und wenn man diese eins auf das andere legt, so sind sie gleich dem Kubus der 5.

Wenn das Kind diese Arbeit beendet hat, fordert man es auf, die hellblauen Kärtchen nacheinander zu lesen, und so führt man es

ein, zu zählen mit Überspringen von Zahlen 5 - 15 - 20 etc, dann rückwärts von 125 zu 120, 115 etc. So geht man vor mit allen anderen Ketten.

Später legt man die Ketten nebeneinander, sodaß sich ihre Verschiedenheit an Länge zeigt; es zeigt sich, wo sie sich übergreifen und wo ihre Zahlen sich entsprechen.

Ziel

Man gibt damit den Kindern andere Mittel des linearen Zählens als bei dem Zählen der Hunderterketten und der Tausenderkette (in Beziehung zum Quadrat und zum Zehnerkubus).

Indirekte Vorbereitung zu einem weiteren Verstehen des Unterschiedes zwischen der Quantität des Quadrats und des Kubus von jeder Zahl. Dem Kind hat man noch nicht die Idee der Potenzen der Zahlen vermittelt, aber das Interesse des Kindes am Zählen in diesem Stadium erlaubt dem Lehrer, zunächst sin-
nenhaft den Unterschied in Quantität zwischen dem Quadrat und der viel größeren Quantität im Kubus zu vermitteln, indem er die Ketten in parallelen Linien hinlegt, und auch die Zahl der Perlen in jeder Kette sich zeigt. Die Ketten zeigen auch deutlich, obschon die Kinder zunächst unterbewußt den Eindruck aufnehmen mögen, wie der lineare Aspekt sich zum Quadrat verhält, und wie das Quadrat wiederum zum Kubus wächst. Auch zeigt sich die Beziehung eines Quadrates zu den anderen Quadraten und eines Kubus zu den anderen Kuben.

Indirekte Vorbereitung auf Multiplikation: $2 \times 5 = 10$,
 $3 \times 5 = 15$

Alter

4 1/2 bis 5 1/2 Jahre

Fehlerkontrolle

Da die Kärtchen an das Ende jeder Stange gelegt werden müssen, bemerkt das Kind leicht, ob es einen Fehler beim Zählen gemacht hat.

Das Schlangenspiel

=====

Material

Eine Quantität der verschiedenen Perlstangen der Perltreppe (in einer besonderen Dose oder Schale für das Schlangenspiel reserviert.)

Die schwarz-weiße Perltreppe.

Eine Quantität von Zehnerstangen (in einer Dose).

Eine besonders eingekerbte Karte zum Zwecke des Zählens und Markierens (das Reiterchen).

Eine Dose oder ein Tablett für die Stangen der vielfarbigen Perltreppe, die man von der "Schlange" fortnimmt, nachdem man sie gezählt hat.

Darbietung und Übung

Man legt die schwarz-weißen Perlstangen aus auf der Seite in ihrer richtigen Ordnung (sie gehen nur bis 9). Die Neunerstange oben und vertikal darunter die übrigen. Man legt die Kette der farbigen Perlstange in der Form einer Schlange mit nach Belieben gewählten Zahlen hin, z.B. 9, 3, 5, 8, 7, 2, 6, 5, 1, 4 etc. Man zählt dann 10 Perlen vom Anfang der Kette an und steckt die Karte zwischen die 2 Perlen, wo die 10 Perlen aufhören. Man nimmt eine Zehnerstange und legt sie neben die 10 Perlen, die gezählt worden sind (gerade darunter oder gerade darüber). Von dem Platz der Karte an (obschon es vielleicht in der Mitte einer Stange ist), zählt man nun die Perlen weiter. Wenn z.B. 3 von der Stange übrig sind (angenommen die infragekommenden Stangen waren 6 und 7), so nimmt man die Stange der 3 von der schwarz-weißen Treppe und legt sie neben diese 3, sodaß sie die goldene Zehnerstange berührt. Jetzt legt man die 2 Stangen der Schlange fort, die zusammen 10 sind, und ebenso die übrigen von der zweiten Stange (wie in dem eben genannten Beispiel) und legt sie sorgfältig in die Dose oder auf das Tablett, das für sie reserviert ist. So ersetzen die goldene Zehnerstange und die schwarz-weißen die Perlen, die man gezählt hat.

Man fährt fort, indem man beginnt, wo die goldene Stange endet und zählt die schwarzen und die weißen, wenn welche da sind, und weiter bis eine 10 erreicht ist; wieder markiert man die Stelle mit der Karte nach der 10. Perle und legt wieder eine

Zehnerstange an ihren Platz, und man fügt, wenn nötig, eine schwarz-weiße Stange hinzu, die der Zahl von Perlen entspricht, die in irgendeiner Stange der Schlange verblieben, die durch die Karte geteilt war. Die schwarz-weißen und schwarzen Stangen, die gebraucht worden sind, um die 10 zu erreichen, die abgezählt war, werden zurückgelegt an ihren besonderen Platz in der schwarz-weißen Perltreppe. Wenn die ursprüngliche Schlange ganz ersetzt worden ist durch Zehnerstangen (und wenn es nicht eine runde Summe ist; so müssen die übriggebliebenen Einer aus den schwarz-weißen Stangen ersetzt werden), so muß die Zahl der Zehnerstangen jetzt zusammengezählt werden.

Dies tut man, indem man sie nebeneinander legt, und wenn sie mehr als 10 sind, 10 durch ein Quadrat ersetzt. Neben dieses Quadrat legt man die weiteren Zehner und neben sie eine der schwarz-weißen Stangen, wenn eine da ist, sodaß das Kind jetzt alle Perlen zusammenzählen kann.

Ziel

Das Kind wird vertraut mit allen möglichen Zahlenkombinationen, die eine Zehn ausmachen. Es erwirbt auch eine unterbewußte Kenntnis davon, daß keine 2 Einer zusammen mehr sind als 18. Diese Übung gibt die erste Grundlage für die Einprägung der wesentlichen Kombinationen, mit denen man, wenn man sie kennt, jede Addition machen kann.

Fehlerkontrolle I

Wenn die ganze Schlange von den Zehnerstangen abgemessen ist und das Resultat errechnet ist, so fragt man das Kind, ob es wohl den Weg zurückgehen will, den es kam; es hat vorher eine Zehnerstange neben jede 10 der farbigen Perlen gelegt, jetzt mag es irgend welche 10 farbigen Perlen neben eine Zehnerstange legen. Wenn es die Schlange auf diese Weise mißt, so muß sich dasselbe ergeben dadurch, daß es jetzt umgekehrt ist. Oder man sagt dem Kind nur: "Wir wollen sehen, ob es richtig ist".

Z.B. Die farbigen Perlen, welche die ursprüngliche Schlange ausmachten, werden jetzt in Ordnung hingelegt, alle Einer zusammen, einer unter den anderen, und in derselben Weise alle Zweier, alle Dreier, alle Neuner ... Dann verbindet man sie zu Bildungen von 10 ($9+1$, $3+7$, $5+5$, $6+4$, $2+8$), und jede Kombination legt man neben eine Zehnerstange. Die farbigen Perlen und

die Zehnerstangen müssen bis auf die letzte Perle sich entsprechen; wenn welche übrigbleiben, so ist es offenkundig, daß man einen Fehler im Zählen gemacht hat. (Siehe die Illustration)

Wenn man bei der Anordnung der farbigen Perlen, welche die Schlange ausmachen, zu einem Punkt kommt, daß man keine weitere 10 bilden kann, denn was noch kontrolliert werden muß, besteht an einer Seite von 5 Zehnerstangen und an der anderen Seite von einer Fünferstange, 2 Sechserstangen, 1 Siebenerstange, 1 Achterstange und 2 Neunerstangen, dann kann man einen passenden Wechsel machen; eine Fünferstange kann ersetzt werden durch 1 Dreier- und eine Zweierstange, oder eine Sechserstange kann ersetzt werden durch eine Vierer- und 2 Einerstangen.

Fehlerkontrolle II

Zu einer viel späteren Zeit kann eine andere Art der Nachprüfung eingeführt werden, die eine Vorbereitung ist auf die Multiplikation. Wenn die Schlange umgewechselt ist in Zehnerstangen, sagen wir in 11 Zehnerstangen und eine schwarz-weiße Stange von 5, im ganzen also 115, so legt man die farbigen Stangen der gleichen Quantität zusammen, z.B. 8 Zweier, 7 Sechser, 3 Vierer, 9 Fünfer. Man zählt jede Gruppe durch und legt eine Zehnerstange unter die Gruppe, sobald eine 10 erreicht ist; die übrigbleibenden Einer müssen von einer der Zehnerstangen kommen, weil wir die 2 Mengen konfrontieren; eine ist gebildet aus den Zehnerstangen und der schwarzen 5, die andere ist gebildet von all den farbigen Perlstangen. So legen wir unter die Gruppe von 8 Zweiern eine der 11 Zehnerstangen. Um die notwendige 6 zu bekommen, muß man eine der übrigen Zehnerstangen umwechseln in eine 4 und eine 6. Der Wechsel wird gemacht mit den farbigen Perlstangen, die nicht gebraucht worden sind, um die Schlange zu bilden, die man nachprüft. Die 6 wird zu der 10 gelegt unter die Gruppe von 8 Zweiern, die 4 zu den zwei übrigen Zehnerstangen und der schwarzen 5. Dann kommt die Gruppe der 3 Vierer, die zusammen 12 sind. Eine Zehnerstange wird unter sie gelegt; die 4, die man zu der Zehnerstange gelegt hatte, wird umgewechselt in 2 Zweier, und einer davon wird zu der 10 gelegt unter die Gruppe der Vierer, während die andere 2 zu den 8 Zehnerstangen gelegt wird und

und der schwarzen übrigbleibenden 5. Dann muß die Gruppe der 7 Sechser gezählt werden. Um sie auszumerzen müssen 4 Zehnerstangen gebraucht werden. Und schließlich die Gruppe der 9 Fünfer, für die man die letzten 4 Zehnerstangen legt und eine schwarze 5.

Alter:

6 bis 6 1/2 Jahre.

Bemerkung

In Bezug auf die Reihenfolge, wie man das Schlangenspiel macht, vgl. das Kapitel "Arbeit mit Zahlen".

Das Streifenbrett - Addition -
=====

Material

Ein Brett, das in 18 Quadrate (2x2 cm) quer von links nach rechts geteilt ist und von oben nach unten in 11 Quadrate. Die obersten Quadrate sind numeriert 1 bis 18, von 1 bis 10 rot, dann ist eine vertikale rote Linie da, die das Brett aufteilt; die Ziffern von 11 bis 18 sind blau. Zu dem Brett gehören 2 Sätze von Streifen, einer blau mit Ziffern von 1 bis 9. Der andere Satz roter Ziffern ist untergeteilt in Quadrate durch blaue Linien. Das letzte Quadrat jedes Streifens trägt die Ziffer, die der Zahl seiner Quadrate entspricht. Die Sätze sind identisch in Größe, aber entgegengesetzt in Farbe, es sind 2 da von jeder Größe, einer blau und einer rot.

Darbietung und Übung

Bis jetzt hat das Kind noch keine Aufgaben hingeschrieben. Diese ersten Aufgaben werden vom Lehrer aufgeschrieben (oder gedruckt) in 9 Serien von 9 Kombinationen. Das Kind braucht nur das Ergebnis einzutragen, weil es vielleicht noch nicht fähig ist, leicht zu schreiben; alle Aufgaben aufzuschreiben mag das Interesse beeinträchtigen.

Man legt den blauen und den roten Satz in ihrer Ordnung neben das Brett. Das Kind muß darauf achten, die Streifen immer in ihrer Ordnung zu halten. Man legt den blauen Einerstreifen so, daß er die linke Grenzlinie des Brettes berührt und gerade unter den Ziffern am oberen Rand liegt, sodaß der Streifen genau in das nächste Quadrat paßt. Der rote Streifen der 1, das Ergebnis der Addition, ist die Ziffer auf dem Brett gerade über dem Ende des roten Streifens. Das Ergebnis wird hingeschrieben; dasselbe tut man nach jeder Aufgabe. Der rote Streifen der 1 wird beiseite gelegt, und an seine Stelle wird der rote Zweierstreifen hingelegt; das Ergebnis wird immer abgelesen über dem letzten Quadrat des roten Streifens und wird aufgeschrieben nach der korrespondierenden Aufgabe. Das Kind kann die Ergebnisse mit rotem Bleistift schreiben.

So fährt man fort und wechselt jeden roten Streifen aus gegen den nächstgrößeren. Wenn der rote Neunerstreifen hingelegt ist, so ist die erste Serie zu Ende. Wir legen nun den blauen Zweierstreifen an die Stelle des Einerstreifens, und wir fügen dem

neuen blauen Streifen abwechselnd jeden roten Streifen hinzu und notieren die Ergebnisse. Nachdem der 9 rote Streifen hinzugefügt ist, gehen wir über zu der dritten Serie. Der blaue Zweierstreifen wird beiseitegelegt und durch den blauen Streifen der 3 ersetzt. So fahren wir fort, bis alle blauen Streifen bearbeitet worden sind (und man alle 9 roten Streifen hinzugefügt hat).

Ziel

Das Kind kommt zu allen möglichen Kombinationen der Addition. Über die Aufgabe $9+9$ geht keine hinaus. Die rote vertikale Linie, die das Brett teilt, zeigt an, wenn die Addition über 10 geht, z.B. im Falle von 8 roten Streifen hinzugefügt zu 5 blauen zeigt die rote Linie, wieviel notwendig waren bis zur 10 und wieviele über die 10 hinaus da sind. Derselbe Zweck wird erfüllt wie bei der kleinen Zählkarte, die man beim Schlangenspiel zu jeder 10 steckt.

Die rote Linie, die der Zählkarte entspricht, lehrt uns, wie Zahlen in zwei Teile geteilt sind; der eine Teil macht die 10 vollständig, der andere ist der Rest und bringt uns entsprechend auf den Weg zu einer anderen 10. Dies ist der Mechanismus der Addition, der gelehrt werden muß.

Fehlerkontrolle

Um Verbesserungen durch den Lehrer zu vermeiden, prüft das Kind seine eigene Arbeit mit Hilfe der Tabelle I nach jeder Serie, die es vollendet hat.

Übung II

Man zeigt dem Kind, wie es herausfinden kann "auf wie verschiedene Weisen" es eine Zahl bilden kann. 2 kann nur gebildet werden durch $1+1$, 3 kann gebildet werden durch $2+1$, 10 kann gebildet werden auf 9 verschiedene Weisen, 11 nur auf 8 Weisen, und 12 nur auf 7 Weisen, während 18 nur gebildet werden kann durch $9+9$. Wenn man die Aufmerksamkeit des Kindes auf diese Sache richtet, so wird sein Interesse angeregt. Es vergleicht zwischen den verschiedenen Möglichkeiten, irgend welche 2 Zahlen zu bilden und richtet sein Interesse auf jede. Die Einprägung, die unterbewußt mit dem Schlangenspiel begann - und schon ziemlich fortgeschritten war - wird vervollständigt durch dieses neue Interesse, das die Intelligenz des Kindes vollauf

in Anspruch nimmt. Das Kind findet, daß es jetzt die Kombinationen weiß, "ohne sie studieren zu müssen".

Die Übung kann aufgeschrieben werden in zwei Weisen. Jede ist geeignet. (Vgl. Illustration). Man fordert das Kind auf, sich den Plan der Kombinationen, die es gebildet hat, anzusehen und fragt es "Wievielmals es hat bilden können und wievielmals 15, 10, 9 usw."

Übung III

Viele Kombinationen werden wiederholt, indem man die Aufgabe in einer umgekehrten Ordnung macht. In dieser Übung müssen wir die isolieren, die verschieden sind, und gleiche auslassen. Der Lehrer zeigt, daß $1+2$ und $2+1$ dasselbe ist, indem er die eine Formation genau unter die andere legt, und daß es noch andere gibt, die gleich sind. Das Kind kann selbst die gleichen finden. Es wiederholt die erste Übung, aber diesmal "läßt es die aus, die gleich sind". Dies ist eine weitere Klärung des Geistes, und wenn der ganze Prozeß gut geführt wurde, entsteht bei den Kindern große Begeisterung. Manche sprechen die Tatsache aus, daß, "wenn man die Hälfte kann, man alle kann". Dieses Verständnis ist eine große Hilfe, sie im Gedächtnis zu behalten.

Fehlerkontrolle

Das Kind prüft seine Arbeit nach mit der Tabelle II.

Ziel der Übungen I, II, III

Wir helfen dem Kind, die ganze Struktur der Addition zu sehen und die Kombinationen sich einzuprägen.

Alter

Von 5 1/2 bis 6 Jahren

Die Additionstabellen III, IV, V, VI

=====

Material

Ein Korb, der gefaltete Streifen enthält, auf denen Kombinationen stehen $3+7$, $2+6$, $8+1$ etc. Tabelle III

Übung

Das Kind nimmt einen Streifen aus dem Korb, liest $5+6$, legt den einen Finger auf die 5 links und bewegt ihn zur Seite, bis es an der geraden Linie unter der 6, die oben steht, anhält. Der Punkt, wo diese beiden Linien - die horizontale und die vertikale - sich begegnen, ist das Ergebnis. Das Kind schreibt die Aufgabe und das Ergebnis in seinem Heft auf.

Man zeigt die Linien, welche die gleichen Zahlen verbinden; diese liegen stets diagonal und zeigen, wieviele Kombinationen gemacht werden können, 9 von 10, 8 von 9 etc.

Übung mit Tabelle IV

Die Tabelle IV bietet nur die wesentlichen Kombinationen, keine, die sich wiederholt. Das Ergebnis wird ungefähr auf dieselbe Weise gefunden. Angenommen, das Kind liest auf dem Streifen, den es aus dem Korb genommen hat, $7+9$. Es legt einen Finger auf die 7 und einen der anderen Hand auf die 9. Man bewegt den oberen Finger immer zuerst seitwärts, soweit er die Linie entlang gehen kann. Wenn er zum Ende kommt, muß er vertikal nach unten gehen bis er den anderen Finger trifft, der von der 9 kommt. Der Treffpunkt ist das Ergebnis. Das Kind schreibt Aufgabe und Ergebnis in sein Heft.

Übung mit Tabelle V

Die Zahlen, die hinzuzufügen sind, werden eine unter die andere links hingeschrieben. Gegenüber jeder von ihnen werden zwei Zahlen geschrieben: die eine ist genau das Doppelte, und die andere geht ihr vorher. Gegenüber 1 steht also 1 und 2, und gegenüber 2 steht 3 und 4, und gegenüber 9 stehen 17 und 18.

Die Serie dieser Zahlen, die in Paaren angeordnet sind, enthält die Ziffern von 1 bis 18. Jedes Paar ist eingeschlossen in Quadrate. Das letzte der zwei Quadrate ist vertikal verbunden mit dem ersten Quadrat des Paares darunter.

Wenn z.B. die hinzugefügten Ziffern 6 und 2 sind, so werden die Finger auf die Quadrate gelegt, die ihr Doppelt repräsentieren. Und sie überspringen gleichzeitig ein Quadrat, wenn

sie sich einander nähern. Wenn, wie in diesem Fall, das Ergebnis der Addition eine gerade Zahl ist, so begegnen sich die Finger auf demselben Quadrat. Die Zahl, die darauf geschrieben ist, ist das Resultat der Addition. Wenn das Resultat eine ungerade Zahl ist, so wird es zwischen den letzten zwei Quadraten gefunden, welche die Finger berührten.

Tabelle IV Die Blinde Tabelle

Nur die Ziffern von 1 bis 9 sind am oberen Rand vermerkt und an der linken Seite; zu dieser Tabelle gehört eine Dose, die Karten oder hölzerne Quadrate mit Ziffern enthält. Die Größe dieser Karten ist dieselbe wie die Quadrate auf der Tabelle. Es sind 9 Karten da mit der Ziffer 10, acht mit der Ziffer 11 und acht mit 9, sieben mit den Ziffern 12 und 8, so viele von jeder Zahl, wie auf der Tabelle III stehen.

Das Kind nimmt irgendeinen Streifen aus dem Korb. Es findet das Ergebnis in seinem eigenen Kopf, sucht nach der Zahl unter den Karten und legt diese auf das Quadrat, z.B., wo 6 und 8 sich begegnen. Es werden keine Aufgaben aufgeschrieben. Das Kind füllt die ganze Tabelle mit Karten aus.

Ziel aller Übungen mit den Tabellen

Die Einprägung der wesentlichen Additionsaufgaben. Die verschiedenen Tabellen geben die Möglichkeit der Wiederholung. Und dadurch prägen sich die Kombinationen dem Gedächtnis ein.

Die Tabellen selbst sind die Fehlerkontrolle. Und die Tabelle III korrigiert die Blinde Tabelle.

Alter

5 bis 6 1/2 Jahre

Das negative Schlangenspiel

=====

Material

Eine Anzahl von farbigen Perlen,
goldene Zehnerstangen in einer Schachtel,
schwarz-weiße Perltreppe,
eine Anzahl von negativen Perlen (zum Abziehen),
eine kleine Karte zur Markierung (Reiterchen),
2 Schachteln oder Tablettts, die aufnehmen sollen: einerseits
die positiven und andererseits die negativen Stangen, die ab-
gezählt worden sind.

Darbietung und Übung

Man legt eine Kette aus und fängt mit einer guten Anzahl po-
sitiver Perlen an, in einem Ausmaß von ungefähr 50 Perlen.
Dann wechselt man und legt als den übrigen Teil der Kette eine
Anzahl negativer Perlstangen hin. Man zählt von Anfang an ge-
nauso wie bei dem positiven Perlspiel und legt eine Zehner-
stange an die Stelle von je 10 Perlen. Die schwarz-weißen
Stangen stellen die Einheiten dar, die an einer Stange fehlen.
Wenn man zu den negativen Perlstangen kommt, so erklärt man,
dies bedeutet: Man nimmt so viele Perlen fort, wie die nega-
tiven Stangen enthalten.

Angenommen die positive Schlange geht bis 54, und sie ist er-
setzt durch 5 Zehnerstangen und einer schwarz-weißen Stange
von 4, und die negative Stange ist eine Neunerstange. Man geht
nur den Weg zurück, den man gegangen ist und zählt die 9 vom
Ende der schwarz-weißen Stange an ab und se^tzt das Reiterchen
an das Ende der 9, die weggenommen werden muß. So kommt man zur
Mitte einer Zehnerstange. Man zählt die Perlen, die in der
Stange noch bleiben, das sind 5 und sind positiv, und man er-
setzt sie durch eine Fünferstange der schwarz-weißen Perltreppe.
Die schwarze Perlstange der 4 wird weggetan und zurückgelegt
an ihren Platz in der schwarz-weißen Perltreppe; die 10, die
ersetzt worden ist durch die schwarz-weiße Fünferstange wird
in die Schachtel der 10 gelegt, aus der sie genommen wurde,
und die negative Perlstange auf das Tablett oder die Schachtel,
die dafür da ist.

Jetzt fährt man fort und zählt von der schwarz-weißen Perlstan-
ge

an und fährt fort bei den farbigen Perlen der Stange, bis man wieder 10 erreicht hat. Wenn die nächste positive Perlstange nur 4 ist und man nur bis 9 kommt, dann muß man die schwarz-weiße Stange durch eine Neunerstange ersetzen. Und wenn die nächste negative Zahl 7 ist, so geht man weiter und nimmt 7 fort, indem man 7 abzählt auf dem Weg zurück, den man kam, und man merkt den Platz an; so bleiben in der Neuner-schwarz-weißen Stange 2, die durch die Zweierstange der schwarz-weißen Treppe ersetzt werden müssen. Wenn nun nur 3 positive Perlen weiter in der Stange sind, dann ersetzt man die Zweierstange durch eine schwarz-weiße Fünferstange. Die negative Stange mag nun 6 sein, die man wegnehmen muß, so muß man die Zehnerstange aufteilen und läßt eine schwarz-weiße Neunerstange da.

Beispiel: $9 \text{ plus } 7 \text{ plus } 4 \text{ plus } 8 \text{ plus } 2 \text{ plus } 9 \text{ plus } 5 \text{ plus } 6 \text{ plus } 4 - 9 \text{ plus } 4 - 7 \text{ plus } 3 - 6 = 39$ (3 Zehnerstäbchen und ein schwarz-weißes Stäbchen).

Man fährt in dieser Weise fort, bis man die ganze Schlange durchgearbeitet hat, und man denkt immer daran, die farbigen Perlstangen in ihre Schachteln oder auf ihr Tablett zu legen, die man weggenommen hat, als man 10 bildete oder als man subtrahierte. Es wird sehr eindrucksvoll für das Kind sein, wenn man diese Übung zum erstenmal darbietet und der Lehrer dabei eine lange Schlange vorbereitet und das Endergebnis Null sein wird. Das wird ein Kontrast sein zu der positiven Schlange, die eine immer größere Zahl der Zehner einbringt, wenn die Übung fortschreitet.

Bei der Subtraktion ist auch, wenn man eine große Zahl von einer größeren abzieht, keine einzelne Subtraktion größer als $19 \text{ minus } 9$. Hier ist es also auch so, daß, wenn das Kind die möglichen Kombinationen der Subtraktion innerhalb von 18 auswendig kann, so kann es eine Subtraktion mit irgend welchen zwei Ziffern, wie groß sie auch sind, durchführen.

Auch bei der Subtraktion gibt es zwei Stadien: das eine, das schon beschrieben worden ist und zuerst kommt und ein anderes.

Bei dem zweiten werden die Quantitäten, mit denen die Subtraktion umgeht, von der Linie, die durch die "Schlange" gebildet ist, getrennt. - Angenommen es gibt in der Schlange eine Aufeinanderfolge von goldenen Perlstangen, auf welche die schwarze

2 folgt, und nach dieser folgt eine negative 7 und der Rest der Schlange, so sind die letzte 10, die schwarze 3 und die negative 7 getrennt. Die ersten zwei werden in eine Linie gelegt, die 12 ausmacht; und auf dieser werden, indem man von der schwarzen 2 ausgeht, 7 zurückgezählt und das markierende Kärtchen hinter die 7 Perlen gesteckt. Von der Zehnerstange sind 5 übrig, und die schwarze 5 wird in die Schlangenlinie gelegt an der Stelle, die vorher von der Zehnerstange, von der schwarzen 2 und der negativen 7 angenommen war. - Diese letzteren werden an ihren Platz zurückgelegt in die Schachtel der Zehner und in die der schwarz-weißen Perlen-treppe und auf das Tablett, das die Ziffern enthält, die schon abgezogen worden sind.

Der Prozeß der Abtrennung sammelt die Aufmerksamkeit auf die besondere Subtraktion (und beeindruckt daher mehr das Gedächtnis).

Beispiel: $100 + 20 + 40 - 80 = 100 + 20 + 40 - 80$

$$10 + 10 + 10 + 2 - 7 + 4 + 9 - 8 = 10 + 10 + 10 + 2 - 7 + 4 + 9 - 8 = 30$$

Es ist keineswegs ratsam, diesen Typus der Subtraktion ohne die Schlange zu machen, denn die Schlange scheint die Aufmerksamkeit des Kindes zu tragen (wahrscheinlich weil das Kind daran interessiert ist, zu sehen, wie alles enden wird nach so vielem Zählen). Kleine Subtraktionen, einzelne Aufgaben, die von dem langen Prozeß der Schlange abgetrennt sind, scheinen das Kind zu ermüden, es verliert sehr bald sein Interesse daran.

Es gibt noch einen anderen Typus der Schlange, bei dem man oft zu negativen Resultaten kommt. Dieser wird später dargeboten, wenn die Idee der negativen Zahlen eingeführt ist.

Ziel

Das Kind soll vertraut werden mit den Subtraktionsaufgaben. Indirekte Vorbereitung auf Algebra (Gleiche Quantitäten mit entgegengesetzten Vorzeichen heben einander auf).

Alter: 6 Jahre und älter

Fehlerkontrolle

Man legt alle positiven Stangen in Gruppen gleicher Quantitäten zusammen. Dasselbe tut man mit den negativen. Jetzt paart man die positiven und die negativen, legt sie nebeneinander,

und man legt die, welche kein Paar haben, bis zum Schluß zurück und macht dann die notwendigen Auswechslungen. Wenn die Schlange mit Null endigt, so sollten die positiven und die negativen Zahlen gleich sein. Wenn es am Ende der Schlange einen Rest von 2 Zehnerstangen und eine schwarz-weiße Viererstange gibt, dann sollen, nachdem alle negativen Zahlen entsprechend gepaart sind, die verbleibenden positiven gezählt werden und 24 betragen. Die positiven goldenen Perlstangen sollen sorgfältig für sich gehalten werden, da sie als Fehlerkontrolle dienen.

Bemerkung

Bei der Arbeit mit der negativen Schlange muß man sorgfältig darauf achten, daß man die 4 verschiedenen Arten von Perlen nicht vermischt. Es wird die Arbeit sichern, wenn man vor dem Zählen die Schachteln mit den nichtgebrauchten Perlen schließt und sicher beiseite setzt, außer der Schachtel mit den goldenen Stangen, in der eine unbestimmte Quantität zur Verfügung steht, und außer den 2 Tablettts oder Schachteln, welche die positiven bzw. negativen Stangen aufnehmen, nachdem sie gezählt worden sind. Man achte auch darauf, daß die schwarz-weiße Treppe in genauer Ordnung gehalten wird während der Arbeit. Das erleichtert die Sache, denn das Spiel ist ziemlich kompliziert.

Nach einer gewissen Zeit läßt man das Kind die Schlange allein auslegen, aber das Kind sollte zu Beginn eine gute positive Schlange haben.

Anmerkung

Das Wort "negativ" bedeutet in diesem Schlangenspiel, daß etwas weggenommen, abgezogen wird. Bei der positiven Schlange wird addiert.

Das negative Streifenbrett

=====

Material

Das negative Streifenbrett ist in Größe und mit der Zahl der Quadrate genau so wie das Streifenbrett für die Addition. Der einzige Unterschied ist, daß eine blaue Linie das Brett vertikal hinter dem neunten Quadrat teilt, die ersten 9 Quadrate blau numeriert sind und die von 10 bis 18 rot numeriert sind. Zu dem Brett gehören die zwei Sätze roter und blauer Streifen und ein Satz einfacher hölzerner Streifen ohne Farbe und ohne Bezifferung, die Streifen gehen vom ersten und kleinsten ($2 \times 2 \text{ cm}^2$) weiter mit Hinzufügung von je einem Quadrat beim nächsten Streifen, sodaß der letzte Streifen 17 Quadrate lang ist.

Darbietung und Übung

In der ersten Übung sind die blauen Streifen immer die Menge, die weggenommen wird; die braunen Streifen dienen keinem anderen Zweck als die Ziffern zu bedecken, die man nicht braucht. "Das Ergebnis muß immer unter den blauen Ziffern sein, links von der 10 und der blauen Linie". Der Grund dafür ist, daß, wie erklärt; keine einzige Subtraktion jemals größer ist als 9 von 18, wenn daher die Aufgabe $19-9$ ist, so bedeutet das genauer, 9 Einheiten werden von 9 Einheiten fortgenommen. Das ist der Grund, warum man dem Kind nur die wesentlichen Subtraktionen zu lernen gibt. Bei seinen Übungen mit dem negativen Streifenbrett soll das Kind, indem es von 18 ausgeht, entdecken, "welche Zahlen von einer anderen weggenommen werden können, sodaß der Rest immer unter 10 bleibt".

Wenn wir die Möglichkeiten von 18 prüfen, so finden wir, daß eigentlich nur die Ziffer 9 weggenommen werden kann; wenn wir den blauen Streifen der 9 mit der roten Ziffer 9 direkt über die 18 legen, so bedeckt er alle roten Ziffern und läßt 9 blaue Ziffern unbedeckt. Von diesen ist die am Ende des Streifens (und das ist 9) die richtige Antwort.

Jetzt wollen wir prüfen, welche Zahlen von 17 weggenommen werden können; wir legen den ersten der braunen Streifen (den mit 1 Quadrat) über die Zahl 18. Wir legen den blauen Neunerstreifen an das Ende des braunen ^{die} Quadrate entlang ($17-9$), und wir lesen

daß 8 übrigbleiben. Aufgabe und Ergebnis werden aufgeschrieben. Wir prüfen, welche anderen Zahlen von 17 weggenommen werden können, und wir ersetzen den Neunerstreifen durch den Streifen der 8; Die Zahl, die übrigbleibt, ist 9. Wenn wir aber 7 von 17 wegnehmen wollten, so würde das Ergebnis auf der falschen Seite der blauen Linie stehen, so lassen wir dies fort. Es können also nur 2 Zahlen von 17 weggenommen werden, und wir gehen weiter über zur 16 in derselben Weise. Alle Aufgaben werden aufgeschrieben.

Man prüft weiter jede Zahl in dieser Weise und gibt acht, daß, wenn man die blauen Streifen wählt, man immer vom größten ausgeht in Übereinstimmung mit der Zahl, von welcher abgezogen wird. Man kann 9 nicht von 7 fortnehmen, deshalb ist die größte, die möglich ist, sieben

Ziel

Das Kind bekommt Übung in der Subtraktion und prägt sich die wesentlichen Kombinationen ein.

Fehlerkontrolle: Tabelle I

Übung II

Bei der zweiten Übung werden alle drei Streifensätze gebraucht für alle Zahlen mit Ausnahme von 18. Die Aufgaben und die Ergebnisse werden vom Kind aufgeschrieben.

Wir wählen z.B. 4. Wenn alle anderen Ziffern mit dem entsprechenden einfachen hölzernen Streifen bedeckt sind, so legt man die roten Streifen hin und die blauen Streifen, sodaß 4 gebildet wird. Das äußerste Ende des ersten sollte das linke Ende des einfachen hölzernen Streifens berühren und senkrecht zu ihm sein und wie eine Fortsetzung davon, aber gerade darunter. Wenn eine Kombination von roten und blauen Streifen gemacht wird, so kommt der rote zuerst, er liegt aber rechts.

Im Falle des Beispiels 4 ist der erste Streifen oben der rote Streifen 4, unter ihm und ihn berührend liegt die Kombination von 3 rot und 1 blau. Die Kombination von 2 rot und 2 blau und 1 rot und 3 blau folgen. Und zuletzt kommt die blaue 4.

Wenn man die blauen Streifen fortnimmt, so hat man in Aufeinanderfolge: $4-0=4$, $4-1=3$, $4-2=2$, $4-3=1$ und $4-4=0$

Alter

6 1/2 Jahre

Die Subtraktionstabelle II
=====

Material

Ein Korb mit jeder Kombination. Subtraktionstabelle.

Übung

Die roten Nummern sind die Quantitäten, die blauen sind die Zahlen, die abgezogen werden müssen; die schwarzen sind die Ergebnisse. Auf dieser Tabelle müssen die Zahlen, von denen man abzieht, oben stehen und rechts von den Zahlen, die subtrahiert werden - diese Angabe muß dem Kind gegeben werden, wenn es versucht, Subtraktionen zu machen, ohne den Gebrauch der Streifen, die zu der Tabelle gehören.

Das Kind nimmt einen Streifen aus dem Korb z.B. 11-6. Es legt einen ~~Streifen~~^{Finger} auf die rote 11 und einen anderen Finger auf die blaue 6, es bewegt den höherliegenden Finger nach unten in vertikaler Richtung und den anderen Finger seitwärts. Der Punkt, an welchem die Finger sich begegnen, ist das Ergebnis. Die Aufgabe und das Ergebnis werden vom Kind aufgeschrieben.

Fehlerkontrolle

Die Tabelle II

Die Blinde Tabelle III Subtraktion
=====

Material

Korb mit gefalteten Streifen von Aufgaben, Schachtel mit Karten, 9 von jeder Zahl von 1 bis 9, Blinde Tabelle. Nur rote und blaue Zahlen geben.

Übung

Man sortiert die Karten in Gruppen ihrer Ziffern, um die Arbeit zu erleichtern. Man nimmt einen gefalteten Streifen aus dem Korb. Diesmal bestimmt das Kind die Antwort, findet die rechte Karte und legt sie an ihren entsprechenden Platz auf der Tabelle.

Fehlerkontrolle

Tabelle III

Das Kind prägt sich die Kombinationen der Subtraktion ein.

Alter

5 bis 6 1/2 Jahre

Multiplikation mit Perlstangen

=====
(Dieses Material wird vor dem Multiplikationsbrett eingeführt)

Material

Ein Filztuch, eine reiche Zusammenstellung von Perlstangen
incl. Zehnerstangen.

Übungen

I ___ Einmaleinstabellen (z.B. die Tabelle der 7). Unter zwei Siebenerstangen, die parallel hingelegt werden, horizontal und einander berührend, legt man, nachdem man die Perlen gezählt hat, vertikal das Ergebnis mit einer Perlstange 10 und 4 losen Perlen. Unter drei Siebenerstangen legt man das Ergebnis in der Form einer losen Perle. So tut man mit allen Aufgaben von 1 bis 9.

Ziel

Es ist eine der Übungen, die mit der Einprägung der Einmaleinstabellen verbunden sind. Diese geometrische Form der Multiplikation ist sehr nützlich!

a) weil sie zeigt, daß der Multiplikator niemals ein konkreter Wert ist wie der Multiplikand - daß er nur anzeigt, "wievielmale" eine gegebene Quantität wiederholt werden soll.

b) Sie zeigt, daß eine Aufeinanderfolge von Linien eine Oberfläche schafft (deshalb nennt man die Multiplikation "geometrisch").

II ___ Wiederkehr der Null: Man legt Zweierstangen in einer vertikalen Formation von 10 Reihen. Man schreibt nur den Multiplikand auf, da bei dieser Übung der Multiplikator immer 10 ist. Man zählt die Perlen, ersetzt jede 10 durch eine Zehnerstange, so daß in obigem Fall das Resultat 2 Zehnerstangen ist; hinter die 2, die aufgeschrieben wurde, machen wir eine 0, und es entsteht 20. Man zeigt mit anderen Zahlen, daß, wenn wir irgendeine Zahl zehnmal nehmen, die Null der 10 hinter die Ziffer gesetzt wird.

III ___ Auf wieviel verschiedene Arten können wir eine gegebene Zahl bilden?

12 entsteht durch 2×6 , 3×4 , 4×3 , 6×2

15 entsteht nur durch 3×5 , 5×3

16 entsteht durch 2×8 , 4×4 , 8×2

18 entsteht durch 2×9 , 3×6 , 6×3 , 9×2

21 entsteht nur durch 3×7 und 7×3

während 24 entsteht durch 3×8 , 4×6 , 6×4 , 8×3

(Es gibt keine Stangen von 12)

25 entsteht nur durch 5×5

Wenn das Kind es nicht selbst sieht, zeigt man ihm später das Gesetz der Vertauschbarkeit der Faktoren. Wenn man die Faktoren ändert, so ändert sich nicht das Resultat: z.B. 8×3 , Acht ist die Quantität, die malgenommen wird, und Drei die Zahl wievielmals die Quantität sich wiederholt; in 3×8 ist Acht die Zahl, die angibt, wievielmals etwas malgenommen wird, und Drei die Quantität, aber beidemals ist 24 das Ergebnis.

Ziel

Vorbereitung auf die Division, das Kind bekommt Hilfe, die Teilbarkeit von Zahlen zu sehen.

Die Elastizität dieser Übungen und die Gelegenheit, selbst Aufgaben zu wählen, drängt das Kind zur Entdeckung. Die geometrischen Formationen geben eine indirekte Vorbereitung für Übungen, die später folgen in Verbindung mit der Vorbereitung für Geometrie und Algebra.

Alter

5 bis 6 Jahre

Multiplikationstafel

Material

Ein Brett mit 100 Löchern in Reihen von 10, die ein Quadrat bilden. An der linken Seite des Brettes ist ein Fensterchen mit einer Öffnung, durch die man die kleinen Karten schieben kann.

Einmaleinstabellen

Ein Satz Karten 1 bis 10, ein rundes Plättchen - 100 Perlen

Darbietung und Übung

Man schiebt eine Karte links in die Öffnung, das ist die Zahl, die multipliziert wird. Über der obersten Reihe der Löcher sind die Ziffern von 1 bis 10 angegeben. Diese sind die Multiplikatoren. Das Plättchen, das auf eine dieser Zahlen gelegt wird, gibt an, wievielmals die Zahl in dem Fensterchen links wiederholt werden soll. Jede Einmaleinstabelle ist schon gedruckt oder vorbereitet durch den Lehrer, und nur das Ergebnis fehlt, so ist das Blatt für das Kind bereit, es füllt sie mit den Antworten aus.

Angenommen das Kärtchen mit der Zahl 4 ist an der Seite eingeschoben, wir legen das kleine Plättchen über die 1 oben und fügen 4 Perlen in einer vertikale Reihe unter die 1 ein. Das Kind schreibt das Ergebnis hinter 1×4 oder 4×1 , je nachdem, wie es in dem betreffenden Land gemacht wird, ob man den Multiplikand vor oder hinter das Zeichen der Multiplikation setzt. Das Plättchen wird weitergeschoben auf die 2 und weitere 4 Perlen in eine vertikale Reihe gelegt unter die 2. Während das Kind jede Perle in ihr Loch legt, zählt es weiter, von wo es aufgehört hat. Es kommt zu 8, und es schreibt auf sein Blatt das Ergebnis hinter 2×4 , auf diese Weise fährt man fort, bis zehnmal die in dem Fensterchen angegebene Zahl hingelegt worden ist.

Ziel

Einprägung des Einmaleins.

Alter

5. bis 6 Jahre

Fehlerkontrolle

Die Multiplikationstabelle

Übung mit Tabellen (es sind 2 da. In der 2. Tabelle sind alle sich wiederholenden Kombinationen ausgelassen. Bei 2x6 und 6x2 ist die erstere Aufgabe ausgelassen). Und die Blinde Tabelle.

Material

Ein Korb mit Zetteln, auf welche alle einzelnen Multiplikationen vom ganzen Einmaleins aufgeschrieben sind. Die Tabelle,

Übung

Man nimmt einen Zettel aus dem Korb, schreibt die Aufgabe in das Übungsheft, findet das Resultat auf der Tabelle, wie im Falle der Addition, und schreibt das Ergebnis hinter die Aufgabe. Bei der Blinden Tabelle (wie im Falle mit der Blinden Tabelle bei der Addition und Subtraktion) werden die Aufgaben aus dem Korb genommen, und das Kind füllt die Tabelle mit den richtigen Lösungen aus, welche es jetzt auswendig kann. Die Fehlerkontrolle ist die Multiplikationstabelle.

Divisionsbretter

=====

Material

Das Einerdivisionsbrett.

Kegel in grüner Farbe.

Perlmateriale in den Farben der Kategorien.

Kasten mit grünen Perlen.

Gedruckte Divisionszettel

Darbietung und Übung Das Einerbrett

Das Einerbrett hat oben einen grünen Rand und eine Reihe von 9 Löchern, in welche die grünen Kegel gestellt werden, so viele, wie jedesmal erforderlich sind. Sie stellen den Divisor dar. An der linken Seite sind die Zahlen 1 bis 9 angezeichnet, jede Zahl entspricht einer horizontalen Reihe von 9 Löchern - 81 im ganzen.

Man fängt mit einem Schälchen an, das 81 grüne Perlen enthält. alle 9 Kegel stehen an ihrem Platz oben am Rande des Brettes. Man nimmt z.B. 81 Perlen als Dividenden; "Jeder Kegel muß dieselbe Menge bekommen." Wenn weniger übrigbleiben als die Zahl der Kegel oben und man also nicht mehr jedem eins geben kann - so ist das der Rest. Man verteilt den Dividenden, in diesem Falle 81 Perlen, indem man jedem Kegel in horizontaler Linie eine Perle gibt. Wenn man eine Reihe fertig hat, so bildet man eine weitere Reihe usw. Das Kind schreibt 81 auf, es zählt die Zahl der Reihen der 9, die es bilden konnte. Die Reihe der Einer an der Seite gibt es an. Es sind keine Perlen übriggeblieben. Es schreibt hinter die 81:9 das Ergebnis 9; Rest 0.

Übung

Die Dividenden ohne Rest werden unterstrichen, sie müssen eingepreßt werden. Daß kein Ergebnis höher sein kann als 9 und kein Rest so groß sein kann wie der Divisor, wird dem Kind gezeigt

Wenn es das Brett ganz gefüllt hat, so sieht es, daß mit 81 es nichts weiter tun kann. Es legt dann eine Perle fort und wiederholt die Übung mit 80. Es findet dann heraus $80:9=8$ Rest 8 ist, dann setzt es einen Kegel beiseite und versucht $80:8$; es findet, daß mit dem Ergebnis 9 es 8 übrig hat, das ist dasselbe wie die Zahl der Kegel, und da es nicht mehr haben kann

als 9 mal auf diesem Brett, so kann es mit 80 nicht weitergehen. Es legt eine Perle fort und wiederholt die Übung mit 79. So setzt es die Übung fort mit jeder Zahl, bis es zu einem Quotienten kommt, der höher ist als 9, und hier hört die Übung auf.

Eine andere Übung, die eingeschlossen werden sollte, besteht darin, nur die Zahlen zu nehmen, die durch irgendeine Zahl geteilt 0 als Rest geben, und zu sehen, durch wieviele andere Zahlen sie geteilt werden können.

Z.B. $24:8 = 3$, 24 ist nicht teilbar durch 9, auch nicht durch 7, aber wohl durch 6; $24:6 = 4$. 24 ist nicht teilbar durch 5, aber wohl durch 4. $24:4 = 6$. 24 ist auch teilbar durch 3, $24:3 = 8$. Für den Divisor 2 ist das Brett nicht groß genug. Später, vorausgesetzt das Kind hat es nicht selbst entdeckt, lenkt man seine Aufmerksamkeit auf die Tatsache, daß, wenn eine Zahl durch 8 teilbar ist und als Resultat sich 3 ergibt, so ist sie auch durch 3 teilbar, und das Resultat ist dann 8. Dasselbe gilt für 6 und 4 im Falle von 24.

Man regt das Kind an, alle teilbaren Zahlen zu finden und dieselbe Übung zu machen.

Später, vorausgesetzt, daß es nicht selber die Entdeckung gemacht hat, zeigt man dem Kind die Verbindung mit der Multiplikation; daß

$$8 \text{ Stangen der } 3 = 24 \text{ sind}$$

$$3 \text{ Stangen der } 8 = 24$$

$$6 \text{ Stangen der } 4 = 24$$

$$4 \text{ Stangen der } 6 = 24.$$

Die vorhergehende Übung gab dem Kind ein klares Bild davon, daß die Division eine gleiche Verteilung ist, ferner von der Bedeutung des Dividenden, des Divisors, des Quotienten und des Restes und von der Tatsache, daß nur einige Zahlen genau teilbar sind und nur durch wenige Zahlen.

Diese Übung lenkt das Bewußtsein des Kindes und seine Konzentration auf wenige Zahlen (die es aus den übrigen herausnimmt), die genau teilbar sind, auf ihre Bildung durch Multiplikation - und auf die Umkehrung davon; die Teilbarkeit, d.h. wenn man von der Zahl 24 ausgeht, so kann man bilden

$$8 \text{ Gruppen der } 3$$

$$6 \text{ Gruppen der } 4$$

4 Gruppen der 6

3 Gruppen der 8

Dies führt direkt zur Divisionstabelle I, die der sicheren Einprägung dient.

Jedesmal wenn das Kind zu einem Ergebnis kommt ohne Rest, so unterstreicht es das Ergebnis mit einem farbigen Stift, und es schreibt nachher diese Aufgaben in sein Heft.

Ziel

Das Kind wird mit den verschiedenen Weisen vertraut, wie Zahlen geteilt werden können.

Alter

6 Jahre und älter

Die Division
=====

(Fortsetzung)

Divisionstabelle I und II

Kombinationen von Divisionen

Material

2 Tabellen, die alle teilbaren Zahlen enthalten innerhalb von 81. Diese sind den oberen Rand entlang geschrieben. Die Divisoren 1 bis 9 links, auf der ersten Tabelle sind die Ergebnisse aufgedruckt, auf der zweiten nicht.

Ein Korb mit Aufgaben und Zetteln. Diese Aufgaben enthalten alle Zahlen innerhalb 81, die das Kind vorher auf dem Divisionsbrett gefunden hat.

Darbietung und Übung

Das Kind nimmt eine Aufgabe aus dem Korb, schreibt sie in sein Heft und sucht das Ergebnis auf der Tabelle und schreibt es auch in sein Heft.

2. Übung

Wenn das Kind fühlt, daß es alle Kombinationen beherrscht, so braucht es denselben Korb mit Aufgaben und sieht zu, ob es das Resultat kennt oder nicht. Wenn ja, so nimmt es die leere Tabelle und die besondere Dose, in welcher hölzerne quadratische Plättchen sind mit allen Ergebnissen, sucht das Resultat seiner Aufgabe und legt es auf den richtigen Platz des Brettes. Das erste Brett dient als eine Fehlerkontrolle.

3. Übung

Man lenkt die Aufmerksamkeit der Kinder auf die Zahlen, die auf dem Brett in verschiedenen Farben geschrieben sind: 1, 2, 3, 5, 7. Man erklärt, daß diese nur teilbar sind durch die 1 und durch sich selbst und man sie deshalb "Primzahlen" nennt, und daß diese Zahlen in Wirklichkeit alle anderen bilden.

Man nimmt wieder 24, es ist gleich 6×4 . Man fordert das Kind auf, 6 zu studieren, sie hat als Divisoren 2 und 3, beide Primzahlen; bei 4 wird das Kind als Divisor 2 finden, bei $24 = 8 \times 3$ ist 3 eine Primzahl, $8 = 4 \times 2$ ist 2 eine Primzahl; und 2×2 .

Dies ist eine indirekte Vorbereitung für die Teilbarkeit

H.C.F.¹⁾ und L.C.M.²⁾ für die Vereinfachung der Brüche auf die kleinsten Zahlen etc.

Ziel

Das Kind lernt die Kombinationen der Division, und mit Hilfe der leeren Tabelle sieht es, welche Kombinationen es kennt, und es wird aufmerksam auf die, deren es sich nicht sicher ist.

Alter

6 Jahre und älter

Fehlerkontrolle

Das Brett

1) = englische Abkürzungen, in holländisch: der größte
gemeinsame Teiler

2) = der kleinste gemeinsame Teiler

Die Rechenrahmen

Material:

Ein hölzerner Ständer mit vier Metalldrähten. Auf jedem Draht sind 10 Perlen aufgereiht. Die Perlen des obersten Drahtes sind grün; die 10 darunter sind blau; die 10 unter den blauen sind rot, und auf dem untersten Draht sind sie wieder grün. Auf der linken Seite des Rahmens stehen neben den Metalldrähten von oben nach unten 1, 10, 100 und 1000. Zum Rahmen werden vorbereitete Blätter gebraucht.

Darbietung

Durch die frühen Erfahrungen mit dem Perlmaterial (und mit dem Punktspiel für das Dezimalsystem) begreift das Kind, daß die erste Reihe Perlen Einer vorstellen, die blaue Reihe Zehner, die rote Reihe Hunderter und die grüne Reihe, die auf die der Hunderter folgt, stellt Tausender dar.

Der Schüler zählt die oberste Reihe, während er jede Perle der Einer nach rechts schiebt und sagt: Ein Einer, zwei Einer, drei Einer usw. Er schreibt bei dem Hinüberschieben jedes Einers die damit übereinstimmende Zahl auf das Blatt in die Kolonne der Einer mit einem grünen Stift. 10 Perlen der Einer sind gleich einer Perle von der folgenden Reihe. Wenn also 10 Einer nach rechts geschoben sind, werden sie ersetzt durch eine Zehnerperle, die nach rechts geschoben wird, und die Einerperlen werden wieder an ihren Platz zurückgeschoben. Wir haben 10 gezählt.

Die Perlen der 10 werden auf dieselbe Weise gezählt: ein Zehner, zwei Zehner, drei Zehner etc., wobei jede Perle nach rechts geschoben wird und die Zahl mit blauem Stift in die zweite Reihe des Blattes eingefügt wird, in die Kolonne der Zehner. Zehn der Zehnerperlen sind gleich einer Perle der Hunderte. Diese eine Perle wird nach rechts geschoben, denn 10 Perlen sind zurückgeschoben worden auf ihren Platz nach links. Der Schüler zählt die Perlen der Hunderte und der Tausende auf dieselbe Art und schreibt sie mit rotem und grünem Stift in die Kolonne der Hunderter und der Tausender.

Diese Übung muß das Kind machen vor den anderen Übungen an dem Rechenrahmen, denn hiermit wird der Mechanismus eingeübt.

auf der obersten Linie, wir zählen 9 hinzu. Es sind nur 7 Perlen links da, die, den dreien hinzugefügt, 10 vollmachen; wir schieben sie daher zurück und ersetzen sie durch eine Zehnerperle, die nach rechts geschoben wird. Wir müssen die 9 Einheiten vollmachen, indem wir zwei Einer nach rechts schieben. Es brauchen keine Zehner zugezählt werden. Wir gehen daher zu den Hundertern und bringen 6 Perlen nach rechts auf der Linie der Hunderter - das macht 10 Hundertperlen voll. Die müssen nach ihrem ursprünglichen Platz zurückgeschoben werden und durch eine Tausendperle ersetzt werden, die nach rechts geschoben wird. Der vierte Teil der Aufgabe ist fertig. Die Menge Perlen an der rechten Seite zeigt das Ergebnis, 2 Einer, 1 Zehner, 0 Hunderter, 1 Tausender: 1012.

Subtrahieren

Beispiel: Man bildet die Zahl 7852 indem man
7852 - 6761

Man bildet die Zahl 7852 indem man 2 Einer, 5 Zehner, 8 Hunderter, 7 Tausender nach rechts schiebt.

6761 sind abzuziehen.

Man zieht einen Einer von den 2 Einern an der rechten Seite ab, indem man ihn nach links schiebt. 6 Zehner können nicht von 5 Zehnern abgezogen werden; wir ziehen daher zunächst so viel ab, wie wir können, indem wir 5 nach links schieben. Nun leihen wir eine Perle von den Hundertern, indem wir eine rote Perle von der rechten Seite nach links zurückschieben und sie umwechseln in 10 Perlen der Zehner, die nach rechts geschoben werden. Da wir rechts 5 Zehner von den 6 weggenommen haben, müssen wir noch einen abziehen, dann sind alle 6 abgezogen. Von den 100 Perlen (wovon nur 7 von den 8 übrig sind, da wir eine entlehnt haben) nehmen wir nun 7 weg, indem wir sie nach links schieben. Und von den Tausenderperlen nehmen wir 6 fort. Der Rest ist rechts des Rahmens ein Einer, 9 Zehner, 0 Hunderter und 1 Tausender: 1091

Ziel

Die Aufgaben werden auch auf dem Blatt aufgeschrieben, wenn die Übung auf dem Rahmen gemacht worden ist, so daß das Kind sich vertraut machen kann mit der abstrakten Form der Aufgabe auf dem Papier, bevor es sich selbst ablöst von dieser letzten Stütze.

Alter: Von 6 Jahren an

Multiplizieren auf dem großen Rechenrahmen

In dieser Phase kennt das Kind die Multiplikationstabellen, und es ist vertraut mit dem Mechanismus des Rechenrahmens, weiß, welche Kategorien die verschiedenen Farben auf den Metalldrähten darstellen. Es ist auch vertraut mit dem Umwechselln und mit dem Leihen der Kategorien. Die Multiplikation muß einfach sein, nicht, daß die zu multiplizierende Zahl klein sein muß, denn diese kann eine von drei Ziffern und mehr sein, sondern daß der Multiplikator nur aus einer Ziffer bestehen soll.

Darbietung

Es wird als Aufgabe gegeben $3 \times 62\ 695$

Das Kind weiß, daß $3 \times 5 = 15$ ist, das wird rechts am Rechenrahmen dargestellt: 5 Einer auf der Linie der Einer und 1 Zehner rechts auf der Linie der Zehner. Nun multipliziert es die Zehner $3 \times 9 = 27$, daher werden 7 der Zehnerperlen nach rechts geschoben und 2 Hunderter. Nun multipliziert es die Hunderter. $3 \times 6 = 18$, daher werden 8 Hunderter nach rechts geschoben und machen die 10 voll. Deshalb werden diese zurückgeschoben an ihren Hunderterplatz an die linke Seite und werden ersetzt durch 1 Tausenderperle, da 10 Hunderterperlen 1000 bilden. Wir haben bisher nur 8 Perlen der 18 verschoben und müssen noch 1 Tausenderperle nach rechts schieben. Jetzt multipliziert das Kind die Tausender $3 \times 2 = 6$ und schiebt 6 Tausender nach rechts. Nun die Zehntausender $3 \times 6 = 18$; es schiebt 8 Perlen der Zehntausender und eine Perle der Hunderttausender nach rechts. Die Perlen an der rechten Seite stellen das Ergebnis dar. 5 Einer, 8 Zehner, 0 Hunderter, 8 Tausender, 8 Zehntausender und 1 Hunderttausender: 188 085. Das Kind kann sich selbst Aufgaben stellen.

Division
=====

Große Division mehrstelliger Zahlen

Material

7 Ständer mit Reagenzgläsern. 3 Ständer weiß für die Einer, 3 grau für die Tausender, einer schwarz für die Million. In jedem der zwei ersten Ständer sind grüne Perlen für die Einer, blaue für die Zehner, rote für die Hunderter. Der schwarze Ständer hat nur grüne Perlen. 7 Schalen. 3 Bretter, in der Art wie für die frühere Division, aber eins hat einen grünen Rand für die Einer, eins hat einen blauen Rand für die Zehner und eins einen roten Rand für die Hunderter. 3 Sätze von 9 Kegeln, einer ist grün, einer blau und einer rot.

Darbietung

Man stellt zunächst die Sätze und die Schalen in Ordnung hin. Man nimmt das Einerbrett und die Kegel und wählt eine Aufgabe z.B. $9764:4$ und schreibt sie in das Heft. Man fordert das Kind auf, diese Menge in den entsprechenden Schalen auszulegen und die Ständer und die Schalen, die nicht gebraucht werden, wegzusetzen, 4 Kegel werden auf das Brett gesetzt. Man stellt nur den Ständer und die Schale mit den Tausendern über das Brett. Die anderen Ständer stehen mit den entsprechenden Schalen rechts von dem Ständer der Tausender und vom Brett. Man fängt an, die Tausender zu teilen, das Kind findet, daß 2 herauskommt und 1 übrigbleibt. Es schreibt die 2 in sein Heft, es legt die Tausenderperle in die Schale der Hunderter, nimmt vom Brett alles fort, legt die Perlen zurück in die Reagenzgläser, stellt die Tausender weg und nimmt den Ständer und die Schalen der Hunderter. Dann wechselt es die eine Tausenderperle um in 10 Hunderterperlen und legt die Tausenderperle in das entsprechende Glasröhrchen, und es fängt noch mal an zu teilen. So geht es weiter bis die ganze Aufgabe fertig ist.

Wenn das Kind eine solche Aufgabe macht, so merkt es, daß jedesmal, wenn es eine Verteilung vorgenommen hat und eine der Schalen fortgestellt wird, ein Ergebnis niederzuschreiben ist, auch wenn bei der Verteilung nicht genug da ist, daß jede Einheit des Divisors wenigstens eine von den Quantitäten bekommt, die verteilt werden; denn dann ist das Ergebnis 0,

das auch aufgeschrieben werden muß, z.B. in der Aufgabe $9216:3$ sehen die Kinder, wenn sie die Hunderter teilen wollen, daß nur 2 da sind, also zu wenig, damit jede Einheit des Divisors eins bekommt, d.h. also, daß, wenn auch die Einheit des Divisors ein paar Tausender, ein paar Zehner und ein paar Einer bekommt, sie doch keine Hunderter bekommt; und diese Tatsache muß bezeichnet werden.

Ziel

Das Kind lernt das Teilen mehrstelliger Zahlen.

Alter

6 Jahre und älter.